Övningskompendium

inför antagningsprov till YH-utbildningar på Fastighetsakademin

Fastighets Akademin

Övningskompendium inför antagningsprov till YH-utbildningar på Fastighetsakademin
Fastighetsakademin, 2024
Första upplagen, rev. 1
Tryckt på Fastighetsakademin

Fastighetsakademin
J A Wettergrens gata 14, 421 30 Västra Frölunda
www.fastighetsakademin.se
Tel: 031-734 11 60
info@fastighetsakademin.se

Förord

Varför behöver man repetera matematik inför skolstarten? Nio av tio sökande säger att de har glömt den matematik de lärt i skolan och tycker att det är svårt. Men matematik är ett ämne som är grundstenen för många andra ämnen, därför är det viktigt att man repeterar och återupplivar sina kunskaper inför de fortsatta studierna.

Kompendiet innehåller många exempel och det finns förutom svar med kommentarer även ledningar och fullständiga lösningar till ett urval av uppgifterna. Kompendiet täcker in allt väsentligt från gymnasiets kurser i matematik 1/A- till 2/B-nivå. Tonvikten ligger på de grundläggande färdigheterna samt är anpassat för de matematiska förkunskaper som krävs för vidare studier i andra ämnen vid Fastighetsakademin, t.ex. byggnadsteknik och -fysik, installationsteknik, kyl- och värmepumpsteknik, elteknik, investeringskalkylering och företagsekonomi.

Att repetera sina svenskkunskaper inför skolstarten upplevs vanligtvis svårare än att plugga till matematikdelen. Matematikens frågor besvaras och svaret är antingen rätt eller fel, i svenskan däremot är det inte lika självklart. När man skriver texter kan flera olika resultat vara rätt. Det handlar om god kännedom om svenska språket, både vad gäller grammatik och ett brett ordförråd.

I kompendiets andra del hittar du information, tips och ett par övningsuppgifter som kan hjälpa dig att göra ett bra resultat vad gäller svenskdelen på antagningsprovet. Men det är även tips du kommer att ha nytta av i arbetslivet såväl som privat. Dock gäller att du, genom självstudier, applicerar tipsen i vardagen för att kunna utnyttja tipsen till fullo.

Lycka till med dina studier!

Februari 2024

Fastighetsakademin

Innehåll

Del 2 - Svenska

1 Studietips

Allmänna studietips

Att studera är ganska krävande och tar tid. Du har nu valt att studera och vi utgår från att du naturligtvis vill lyckas så bra som möjligt! Det är en konst att kunna prioritera rätt och använda sin tid för studier så effektivt som möjligt. För att underlätta detta arbete för dig kommer här ett antal tips som kan vara värdefulla, speciellt om du inte studerat på längre, för att du ska nå ditt mål.

1. Börja med att fundera över din personliga situation och hur dina studier ska genomföras.
    - Arbetar du hel- eller deltid?
    - Har du barn och familj?
    - Har du någon bra plats för dina studier?

Din tid är viktig! För att dina studier ska flyta på så bra som möjligt är det viktigt att vara ”ekonomisk” med tiden och utnyttja den på bästa sätt. Bästa utnyttjande av tiden förutsätter en bra plats för studierna.

2. När du väljer plats för ditt läsande är det bra om
    - du kan stänga dörren om dig så att du kan vara ifred och koncentrera dig,
    - du har plats för och ordning på dina böcker, pärmar m.m., så att du inte behöver ödsla tid på att leta efter dina saker,
    - du har bra belysning så att du inte blir så trött i ögonen,
    - du möblerar så att det känns trivsamt.

Är det någon i klassen som bor i närheten av dig? Arbeta gärna tillsammans om ni kan! Det finns möjlighet att stanna kvar varje dag efter lektionerna och sitta i våra lokaler. Att ha någon i närheten att bolla sina idéer med, få inspiration av, knäcka problem tillsammans med är ovärderlig hjälp.

3. Utveckla goda arbetsvanor.
    - Se gärna dina studiepass som ett heltidsjobb. Sätt upp delmål som ska nås inom uppsatt tid, avsätt regelbunden tid för varje pass, alla pass är viktiga, räcker inte studietiden får man utöka den. På det här sättet kan alla bli bättre.
    - Skaffa dig en översikt över vad kursen innehåller så att du kan sätta upp dina delmål. Har boken sammanfattningar i slutet av varje kapitel blir det enkelt.
    - Använd skolschema och kursbeskrivning för att planera dina studier så att du är förberedd inför varje lektion och kan ställa frågor kring det du inte förstått.
    - Gör din personliga tidsplanering utifrån dina förkunskaper.

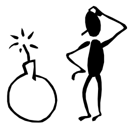
4. Fler tips!
    - Läs igenom och begrunda eventuella lektionsanteckningar så fort som möjligt, och komplettera dem om det är nödvändigt medan du har allt färskt i ditt minne.
    - Räkna och fundera, räkna och begrunda, räkna och reflektera! Att lära sig matematik är som att lära sig ett nytt språk, matematikspråket.

- Läs boken med pennan i hand; stryk under, kommentera. Är något avsnitt svårt, märk ut var det är (t.ex. skriv sidnumren i bokens pärm) och be om hjälp med det.
- Traggla inte i timtal om du kör fast på någon uppgift. Lägg bort den ett tag och räkna en annan uppgift i stället. Återkom till den besvärliga uppgiften senare.
- Gör små pauser eftersom för långa pass gör dig trött. Ät och drick gärna lite mellan varven; hjärnan arbetar ju när du tänker. En promenad, en tur i motionsspåret eller annan fysisk aktivitet är också bra avbrott. Kroppen behöver röra på sig och det du läst och räknat faller på plats under tiden.

Matematiska studietips

- Läs igenom avsnittet om problemlösning nedan och tillämpa de metoder som beskrivs där.
- Tag för vana att rita och skriva upp det du känner (vet) i frågeställningen på ett papper så klarnar ofta bilden av vad du ska räkna ut. Stryk under dina delresultat och ditt slutresultat. Redovisa till sist svaret separat. Studera noga alla exempel på lösningar.
- Bli ”vän” med din miniräknare. Olika märken har ibland olika beteckningar för samma funktion.

Strategitips inför problemlösning



Hur gör man då när man löser ett problem?

1. Du ska förstå problemet.
   Vad söker man? Vad är givet? Verkar problemet rimligt? Rita en figur om det går. Inför lämpliga beteckningar.

2. Gör upp en plan.
   Har du sett detta tidigare? Har du sett eller löst något liknande förut? Kan du dela in i delproblem? Kan du lösa eventuella delproblem? Vilka fakta saknas?
   Du måste tänka efter hur du ska lösa problemet och ställa upp de beräkningar du ska göra.

3. Genomför planen.
   Du måste genomföra beräkningarna för att få ett resultat. Kontrollera varje steg. Fungerar det inte gör du upp en ny plan.

4. Se tillbaka.
   Är resultatet rimligt? Kan man lösa problemet på ett annat sätt? Är resultatet eller metoden användbar i andra sammanhang?

Steg 3 är viktigt att kunna genomföra. Klarar man inte det får man inget resultat till problemet. Beräkningarna kan utföras med

→ huvudräkning
→ handräkning
→ räknare.

Före räknarens tid måste de flesta beräkningar utföras med handräkning. Nackdelar med detta är att

→ de tar lång tid
→ man kan lätt räkna fel
→ verklighetsnära uppgifter kan sällan lösas då de ofta leder till för svåra beräkningar.

Vi tar därför hjälp av räknaren för svårare beräkningar. Enkla beräkningar kan du göra i huvudet.

Exempel 1: $7{,}01 \times 8{,}3$ utför du med räknare
7×8 räknar du i huvudet

Exempel 2: 16,1 / 4,3 utför du med räknare
16 / 4 räknar du i huvudet.

Antal decimaler

När vi använder räknare är det naturligt att skriva upp talen med decimaler. Som följande exempel visar måste vi dock se upp med antalet decimaler.

Exempel 3: Jenny köpte 19 äpplen för 37 kr.
Vad kostade ett äpple?
Räknaren ger $\frac{19}{37}$ kr = 1,9473684… kr

Avrundning

Vi kan inte svara med 7 decimaler, då mynt för ören är avskaffade. Vid kontantbetalning måste därför talet avrundas till heltal.

$$\frac{37}{19} \approx 2 \text{ kr}$$

Tecknet ≈ betyder ”ungefär lika

Överslag

Ofta är det bra att göra ett överslag innan man använder räknare.

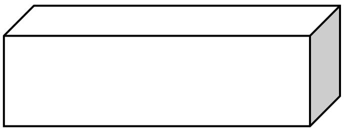
$$\frac{37}{19} \approx \frac{40}{20} = 2$$

Del 1 - Matematik

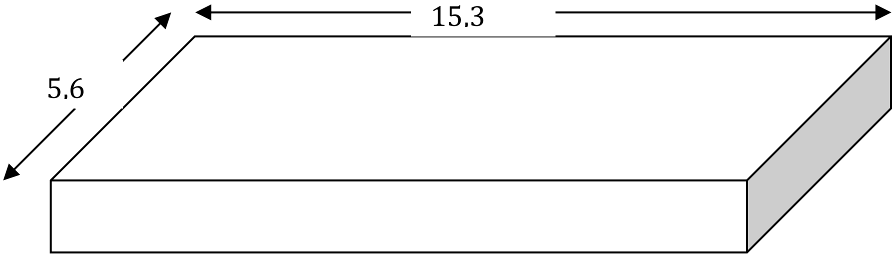
2a Formler och ekvationer

Fördelen med att använda formler är att de på ett enkelt sätt beskriver hur man alltid kan göra för att lösa ett problem av en viss typ. För att beräkna volymen av ett rätblock använder man formeln:

$V = b \times l \times h$
där
V = volymen
b = bredd
l = längd
h = höjd



Exempel 1: Ett bärlag i ett hus har mått enligt figuren. Det ska vara 0,1 m högt. Beräkna hur många m^3 betong det går åt till plattan.



Ekvationer används dels för att beskriva samband, dels för att bestämma något vi inte känner. Formler är en typ av ekvation. För att lösa ekvationer krävs att man är noggrann och inte räknar för mycket i huvudet. Det är bättre att skriva ett led ”i onödan” än att räkna fel.

Exempel på problemlösning

Problemet: En stor kokosboll kostar 2 kr mer än en Mums-mums. Vad kostar en Mums-mums då 5 stora kokosbollar kostar lika mycket som 7 stycken Mums-mums?	**1 – Förstå problemet** **2 – Gör upp en plan** **3 – Genomför planen** **4 – Se tillbaka**

Förstå problemet. • Vad söks? • Vad är givet? • Verkar problemet rimligt? • Rita en figur om det går. • Inför lämpliga beteckningar.	Du ska ta reda på vad en Mums-mums kostar. Det är givet att en stor kokosboll kostar 2 kr mer än en Mums-mums och att 7 stycken Mums-mums kostar lika mycket som 5 stora kokosbollar. Problemet verkar rimligt. **Pris för Mums-mums: x kr** **Pris för stor kokosboll: y kr**
Gör upp en plan. • Har du sett detta tidigare? • Har du sett eller löst något liknande förut? • Kan du dela in i delproblem? • Kan du lösa eventuella delproblem? • Vilka fakta saknas?	Skriv ut vad som söks: **Sökt: x** Skriv ner de matematiska sambanden mellan x och y som du känner: **$y = x + 2$ (1)** **$7x = 5y$ (2)** Eftersom vi har två obekanta och två ekvationer bör detta gå att lösa. **Sätt in uttrycket för y som finns i ekvation (1) i ekvation (2)**
Genomför planen. • Kontrollera varje steg. • Stryk under resultat. • Fungerar det ej gör du upp en ny plan.	**$7x = 5y$** **$7x = 5(x + 2)$** **$7x = 5x + 10$** **$2x = 10$** **$\underline{x = 5}$** Planen verkade fungera, vi har räknat ut att en Mums-mums kostar 5 kr.
Se tillbaka. **Glöm inte detta steg!** • Är resultatet rimligt? • Kan man lösa problemet på ett annat sätt? • Är resultatet eller metoden användbar i andra sammanhang?	Det verkar rimligt att en Mums-mums kostar 5 kr. För att vara riktigt säker fortsätter man sina beräkningar. **Sätt in resultatet $x = 5$ i ekvation (1)** **Då får man att $y = 7$** **Sätt in $x = 5$ i VL (vänster led) i ekvation (2)** **Då får man $7x = 35$** **Sätt in $y = 7$ i HL (höger led) i ekvation (1)** **Då får man $5y = 35$** **Eftersom VL = HL har vi räknat rätt.** **Svar: En Mums-mums kostar 5 kr.** Metoden är alltid användbar då man löser linjära ekvationssystem. Denna metod kallas substitutions-metoden. Det finns fler sätt att lösa detta problem.

Förenkling av uttryck

Formler

En formel är en ”kompakt skriven räkneregel” där man använder bokstavsbeteckningar i stället för ord för att beskriva vilka samband som finns mellan olika storheter (med storhet menas ”egenskaper” som t.ex. tid, längd, volym, temperatur, strömstyrka).

När man gör beräkningar av olika slag lönar det sig ofta att ställa upp en formel. Det kan gälla pengar, volymer, areor, volymer m.m. Du känner säkert till formler som
$U = R \times I$ (Ohms lag), $p \times V = n \times R \times T$ (Allmänna gaslagen),
$s = v \times t$ (hastighetsberäkningar), $W = m \times g \times h$ (lägesenergi).

Dessa exempel är hämtade från fysiken men det är inte bara naturvetare och tekniker som använder formler. Även inom ekonomi, samhällsvetenskap, medicin och andra områden använder man sig av formler.

Som du ser påminner formler mycket om ekvationer. Det är också så att de regler som gäller då man arbetar med ekvationer gäller även vid arbete med formler.

Ekvationer

Ekvation betyder likhet. En ekvation består av två led åtskilda av ett likhetstecken. Detta likhetstecken är en ”helig ko” som alltid ska gälla.

En ekvation har minst ett tal som är okänt. Vanligtvis kallar man ett okänt tal för x men även andra bokstäver kan användas för det okända talet. Finns flera okända tal får varje okänt tal sin egen beteckning.

Två huvudspår finns när det gäller att lösa ekvationer, antingen gissar man lösningen eller så räknar man ut den. Sedan kontrollerar man om det är rätt lösning, är det inte det måste man börja om på nytt. Väljer du att räkna ut ekvationens lösning gäller följande regel:

Du måste alltid göra samma sak med hela höger led och hela vänster led!

Ordet **ekvation** betyder likhet. En ekvation är en likhet mellan två matematiska uttryck. De två uttrycken skrivs alltså med ett likhetstecken emellan. Uttrycket som står till vänster om likhetstecknet kallas vänstra ledet (VL) och uttrycket som står till höger om likhetstecknet kallas högra ledet (HL).

Exempel 1: $\underbrace{2x - 3}_{\text{VL}} \underset{\uparrow}{=} \underbrace{x + 5}_{\text{HL}}$

likhetstecken

Ekvationen ovan betyder att två gånger ett obekant tal minskat med tre är lika mycket som samma obekanta tal (en gång) ökat med fem. I detta fall (och i de flesta fall) används bokstaven x för att beteckna det obekanta talet. Att lösa ekvationen innebär att finna ett

värde (eller flera värden) som det obekanta talet kan ha, så att vänstra ledet verkligen blir lika med det högra ledet. Ett sådant värde som löser ekvationen kallas en rot till ekvationen. (Lösningen till ekvationen i exemplet ovan är roten x = 8.)
Ibland kan man direkt se lösningen, men om det inte går, så är metoden för att finna ekvationens lösning, att skriva om ekvationen efter hand tills x står ensamt i ena ledet (VL eller HL) och det andra ledet endast består av ett tal. (Om man använt någon annan bokstav än x för att beteckna det obekanta talet, så är det förstås den bokstaven som ska stå ensam i ena ledet.) Metoden innebär att efter det att de båda leden eventuellt förenklats så långt möjligt vart för sig, så behandlas båda lika tills målet är nått. Hela tiden måste likheten mellan leden bevaras.

Att båda leden behandlas lika betyder exempelvis att
- båda leden adderas med lika stora tal eller uttryck,
- båda leden subtraheras med lika stora tal eller uttryck,
- båda leden multipliceras med lika stora tal eller uttryck,
- båda leden divideras med lika stora tal eller uttryck.

Exempel 2: Addition

$$\begin{aligned} x - 5 &= 7 \\ x - 5 + 5 &= 7 + 5 && \Leftarrow \mathbf{+\,5} \\ x &= 12 \end{aligned}$$

Exempel 3: Subtraktion

$$\begin{aligned} x + 12 &= 32 \\ x + 12 - 12 &= 32 - 12 && \Leftarrow \mathbf{-\,12} \\ x &= 20 \end{aligned}$$

Exempel 4: Multiplikation

$$\begin{aligned} \frac{x}{5} &= 7 \\ \frac{x \times 5}{5} &= 7 \times 5 && \Leftarrow \mathbf{\times\,5} \\ \frac{x \times \cancel{5}}{\cancel{5}} &= 7 \times 5 \\ x &= 35 \end{aligned}$$

Exempel 5: Division

$$\begin{aligned} 5x &= 12 \\ 5 \times x &= 12 \\ \frac{5 \times x}{5} &= \frac{12}{5} && \Leftarrow \mathbf{/\,5} \\ \frac{\cancel{5} \times x}{\cancel{5}} &= 2\frac{2}{5} \\ x &= 2{,}4 \end{aligned}$$

Observera att för att lösningar ska bli så lätta att följa som möjligt, så skriver man de efter hand omskrivna ekvationerna under varandra och med likhetstecknen rakt under varandra.

Ekvationer av första graden med flera obekanta (linjära ekvationssystem)

En ekvation är linjär om den eller de obekanta endast förekommer i första potensen.

Vid lösning av ekvationer med flera obekanta kan man använda sig av substitutionsmetoden:

1. Lös ut en obekant i en av ekvationerna (x eller y).
2. Sätt in detta uttryck i den andra ekvationen.

Exempel 1:

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$3x + (2x) = 5 \quad \Rightarrow \quad 5x = 5$$

Exempel 2:

$$\begin{cases} 14x + 3y = 1 \\ 6x - 2y = 7 \quad \Rightarrow \quad y = \dfrac{6x - 7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 14x + 3\dfrac{6x - 7}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{1}{2} \\ y = -2 \end{cases}$$

Substitution är synonym för insättning.

En annan metod är *additionsmetoden*.

1. Multiplicera vardera ekvationen med lämpliga tal, så att koefficienterna för x (eller y) blir motsatta tal.
2. Addera ekvationerna ledvis så att x-termerna (eller y-termerna) försvinner.

Exempel 3:

$$\begin{cases} 14x + 3y = 1 \\ 6x - 2\ y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 28x + 6y = 2 \\ 18x - 6y = 21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 46x = 23 \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{1}{2} \\ y = -2 \end{cases}$$

Beräkningar med hjälp av formler och ekvationer

1. x – 5 = 12
2. 3x = 36
3. x / 5 = 4
4. 3x + 4 = x + 14
5. 2x – 7 = 5x – 37
6. 2x / 3 + x / 6 = 10
7. (x + 2) / 3 = 1
8. 2 × π × x = 100
9. 3(2x – 5) = 45
10. En tv såldes med 10 % rabatt för 4 500 kr. Vilket var priset från början?
11. Antag att ett tal är 20 mer än ett annat tal. Deras summa är 730. Vilka är talen?
12. Folkmängden i en stad stiger med 4,2 % till 93 780 personer. Hur stor var folkmängden innan?
13. Lars Evert satsade 20 kr och Conny satsade 12 kr på stryktips. De vann 640 kr. Hur ska de fördela vinsten?
14. En gammal klassisk räknefråga… En far är 25 år äldre än sin son nu. Om 15 år är han dubbelt så gammal som sonen. Hur gamla är de i dag?
15. Lös ekvationerna
    a) 3x + 4 = 25 b) 4x – 3 = 2x + 8 c) 2(x + 3) = 3(4 – x)
16. Lös ekvationerna
    a) $\frac{x}{3} = 7$ b) $\frac{x+3}{3} = 7$
17. Lös ekvationen $\frac{x+1}{3} + \frac{2x-1}{4} = 1$
18. Lös ut ur varje formel den bokstav som står inom parantes efter formeln.
    a) s = v × t (t) b) v = v0 + a × t (t) c) R = R0 × (1 + a × t) (t)

    d) $T = 2 \times \pi \times \sqrt{L \times C}$ (C) e) $\frac{P_1 \times T_1}{V_1} = \frac{P_2 \times T_2}{V_2}$ (V2)
19. Lös ut p ut likheten b + ap = 5p. Det förutsätts att a inte är lika med 5.
20. Vid en löneförhandling diskuterades två olika alternativ.
    I Månadslönen höjs med 5,0 % + 210 kr
    II Månadslönen höjs med 7,4 %.
    Vid vilken månadslön är de två alternativen likvärdiga?
21. I en by fanns 63 barn vilket var 21 % av alla invånare i byn. Hur många invånare fanns det i byn?

22. Hastighetsmätare visar i regel för mycket, vilket borde innebära att ingen kör för fort. En hastighetsmätare visade sig visa 6,0 % för mycket. Hur stor var den verkliga hastigheten när mätaren visade 120 km/h?

23. Du har en saltlösning som är 30 %-ig. Lösningen väger 150 g. Hur mycket salt ska du blanda i lösningen för att den ska bli 40 %-ig?

24. Linus hoppade ut genom fönstret. Hans kompis Enok, som hade varit med på fysiklektionerna visste att hastigheten vid fallet, åtminstone till en början, ges av formeln
$v = \sqrt{2 \times g \times s}$ m/s där g = 9,82 m/s^7 och s sträckan i meter
a) Vilken sluthastighet ger sträckan 6,0 m?
b) Vilken fallsträcka ger hastigheten 17,2 m/s?

25. Ta reda på mgn till 12, 9 och 21.

26. Effekten i en resistans kan beräknas med formeln
$P = \frac{U^2}{R}$ där
P = effekten i watt (W)
U = spänningen i volt (V)
R = resistansen i ohm (Ω)

Beräkna resistansen om spänningen är 230 V och effekten 160 W.

Lös följande ekvationer:

27. a) $x + 4 = 10$	b) $x - 5 = 15$	c) $x + 20 = 30$
28. a) $x - 8 = 19$	b) $x + 4 = 15$	c) $x - 9 = 20$
29. a) $x - 3 = 18$	b) $x - 25 = 40$	c) $60 = x + 20$
30. a) $3x = 12$	b) $20 = 4x$	c) $6x = 15$
31. a) $\frac{x}{2} = 9$	b) $\frac{x}{4} = 20$	c) $5 = \frac{x}{3}$
32. a) $x - 27 = 50$	b) $\frac{x}{5} = 20$	c) $5x = 20$
33. a) $8x = 12$	b) $125 + x = 245$	c) $x - 19 = 100$
34. a) $\frac{x}{3} = 33$	b) $2x = 27$	c) $50 = 27 + x$
35. a) $25x = 100$	b) $x + 25 = 100$	c) $x + 25 = 25$
36. a) $40 = \frac{x}{4}$	b) $1,5 = \frac{x}{5}$	c) $8x = 20$
37. a) $2x + 3 = 17$	b) $4x - 6 = 14$	c) $5x + 20 = 40$
38. a) $3x - 12 = 18$	b) $\frac{x}{2} + 5 = 8$	c) $\frac{x}{5} - 10 = 30$
39. a) $4x - 14 = 16$	b) $2x + 7 = 9$	c) $25 = 5x + 13$

40. a) $3x - 7 = x + 23$ b) $7x + 6x = 72 + x$

41. a) $3x + 5 = 20 - 2x$ b) $9x - 4x = 60$

42. a) $4x = 2x + 80$ b) $12 - 10 + 5x = 14 + 2x$

43. Bestäm värdet av uttrycket $3x - 4y$ då
a) $x = 5$ och $y = 2$ b) $x = 6$ och $y = 1$

44. Anders köpte två chokladaskar för sammanlagt 168 kr. Den ena chokladasken kostade 3 gånger så mycket som den andra. Vad kostade den dyraste chokladasken?

Lös följande ekvationer:

45. a) $x + 9 = 5$ b) $4x - 2 = 0$

46. a) $2x + 8 = 6$ b) $15x - 10 = 20x$

47. a) $4x + 7 = 2x$ b) $13x - 8 = 12x - 8$

48. a) $1 = x + x - 4$ b) $80x - 10 = 10 - 20x$

49. Titta på balansvågen. I den ena vågskålen ligger fem lika tunga kulor. I den andra skålen ligger 3 likadana kulor och en säck som väger 15 kg. Hur mycket väger en kula?

50. Kostnaden att hyra ett gästrum beror av antalet dagar enligt $K = 200 + 45x$, där K = kostnad i kr och x = antal dagar.
Hur mycket kostar det att hyra gästrummet
a) 3 dagar? b) en vecka?

Hur många dagar har Vanja hyrt gästrummet om det kostar
c) 425 kr? d) 605 kr?

Lös följande ekvationer:

51. a) $3x + 5x + 8 = 32$ b) $6x + 7 - 4x + 5 = 16$

52. a) $33 = 4x - 8 + x + 11$ b) $2x + 4x - 2 - 4 = 6$

53. a) $10x + 20 = 6x - 60$ b) $x + 9 + 4x = 12 + 8x - 15$

54. Lin och Per är tillsammans 44 år. Lin är 26 år yngre än Per. Hur gammal är Lin?

55. a) $x - 11 = 7 - 3x$ b) $5{,}5 = 10 - 3x$

56. a) $9 - 2x + 6 = 5x + 1$ b) $1 - 3x + 3 = 9x - 8 + 12x$

57. a) $4x + 4 + 2x = 8 - 2x - 4 - 7x$ b) $12x - 3 - 20x + 4 = 10x - 17$

58. Bestäm värdet av uttrycket $2x - 5y$ då
a) $x = 5$ och $y = 7$ b) $x= 3$ och $y = -1$

59. Vilka av följande uttryck är lika med $1 - x$?
A: $x + 1 - 2x$ B: $-x + 1$ C: $2 - 1 + x$ D: $3 - 2x - 2 + x$

60. På en säsong har Dennis och Mats sammanlagt gjort 123 mål i fotboll. Hur många mål gjorde Mats om Dennis gjorde
a) 13 mål fler än Mats b) dubbelt så många mål som Mats?

Översikt

Förenkling av ett uttryck	Uttrycket 3x – 5 + x – 6 består av fyra termer. När man förenklar uttrycket slås likformiga termer ihop. Det förenklade uttrycket blir 4x – 11. Ett förenklat uttryck har så få termer som möjligt.
Värdet av ett uttryck	Då x har ett bestämt värde t.ex. x = 5 så har uttrycket 4x – 11 värdet 4 × 5 – 11 = 20 – 11 = 9
Ekvation	En ekvation är en likhet som innehåller en obekant vilken oftast betecknas med x. 5x = 3x + 6 5x – 3x = 6 2x = 6 x = 6 / 2 x = 3
Prövning av en ekvation	Man kan pröva om x = 3 är en lösning till ekvationen 5x = 3x + 6. Man ersätter då x med 3 i ekvationens båda led. 5 × 3 = 3 × 3 + 6 = 15 vilket stämmer, alltså är x = 3 en lösning.

2b Massa, densitet och tryck

Massan är en kropps materialinnehåll. Den mäts vanligtvis i gram (g), kilogram (kg) eller ton. Enklaste sättet att ta reda på en kropps massa är att väga den.

Densiteten anger massan av en viss volym, vanlig enhet är kg/m^3.

Trä (furu, gran)	500 kg/m^3
Betong	2 400 kg/m^3
Tegel	1 500 kg/m^3 (även 1 300 och 1 700)
Stål	7 700 kg/m^3
Gips	710 kg/m^3
Lättbetong	600 kg/m^3

Beroende på om vi befinner oss på jorden eller månen kommer vi påverkas av olika storlekar på dragningskraften. En stor planet drar mer i oss än vad en liten himlakropp gör. Ju tyngre massa desto mer trycker föremålet på underlaget. Enheten för kraft är N (newton) eller kN och anger hur mycket kraft ett föremål trycker på underlaget.

På jorden påverkas en massa på ett kilo av en kraft som är ungefär 10 N (9,81 N).

För att beräkna massan används följande formel:
$m = V \times \rho$

där
m = massa
V = volym
ρ = densiteten

Exempel 1: Beräkna massan av en betongbalkfigur med längden 5 m, höjden 600 mm och bredden 250 mm.

Beräkna först balkens volym.
$V = b \times l \times h = 0{,}25 \times 5 \times 0{,}6 = 0{,}75\ m^3$

Beräkna sedan massan.
$m = V \times \rho = 0{,}75 \times 2\,400 = 1\,800$ kg

Påkänning

Kraften är i praktiken utspridd över en yta och detta beräknas genom att fördela kraften över anläggningsytan.

Påkänning = tryck = kraft/area.

Enheten blir N/m^2 vilket även kallas Pascal (Pa). Pascal är en liten enhet där 1 Pa motsvaras av ungefär trycket av ett vanligt papper på ett bord.

Exempel 2: Med vilken kraft trycker en tvåplansvilla på bottenplattan? Villans massa är 60 ton och bottenplattans area är 110 m^2.

Kraften = 9,81 × 60 000 = 588 600 N
Påkänningen = trycket = 588 600 N / 110 m^2 = 5 351 N / m^2 = 5 351 Pa

Beräkningar

1. Beräkna massan av en betongbalkfigur med längden 30 m, höjden 50 cm och bredden 250 mm.
2. Beräkna massan av en tegelvägg med längden 10 m, höjden 2,50 m och 22 cm.
3. Vad väger en gammal stor gran på ett ungefär? Du måste göra en hel del antaganden för att kunna lösa denna uppgift, t.ex. hur hög granen är och vilken diameter den har.
4. Med vilken kraft trycker en container på marken om den väger 980 kg och bottenarean är 4 m^2?
5.
    a) Hur mycket tyngd måste parkeringsplatsen totalt tåla om det ska stå 50 bilar á 1 100 kg inom en area av 350 m^2?
    b) Vad blir trycket per m^2?

3 Procent

Ordet procent kommer från latinet och betyder hundradelar. En procentare var förr i världen en person som lånade ut pengar mot oskälig ränta. Procenträkning är mycket viktigt och förekommer överallt i samhället. Som exempel kan man ge valresultat, löneökningar, rabatter, moms m.m.

Vi kan börja med en liten sann historia: Det var en gång en mattelärare som träffade en gammal elev. Läraren erinrade sig att eleven nog var den sämsta han haft genom tiderna. Eleven såg välmående ut, ja nästan rik ut i sin fina Mercedes. ”Vad sysslar du med?” frågade läraren. ”Jag gör affärer”, blev svaret. ”Hur går det?” frågade läraren, ”du var inte världsmästare i matte precis.” ”Jag köper kataloger för 1 kr styck och säljer dem för 3 kr styck och på de 2 procenten klarar jag mig bra”, blev svaret.

När du har gått igenom procentavsnittet kan du säkert kommentera den här historien kritiskt.

En procent och hundra procent

En jämförelse
I en skolmatch i basket mellan Brobyskolan och Dalbyskolan gjorde Brobyskolan 34 poäng på straffkast medan Dalbyskolan gjorde 27 poäng på straffkast.

Vilken skola lyckades bäst med straffkasten? Jämför vi antalet poäng blir svaret Brobyskolan. Men är detta en bra jämförelse? Nej, man bör jämföra lagens poäng i förhållande till hur många straffkast lagen hade.

Brobyskolan hade 40 straffkast och Dalbyskolan hade 30 straffkast.

Vi kan då jämföra: $\frac{34}{40}$ med $\frac{27}{30}$

Här är svårt att direkt se vilken andel som är störst. Vi uttrycker därför andelarna i decimalform.

Brobyskolan: $\frac{34}{40} = 0{,}85 = 85$ hundradelar

Dalbyskolan: $\frac{27}{30} = 0{,}90 = 90$ hundradelar

Dalbyskolan lyckas bäst med straffkasten. Som du säkert känner till kallar man en hundradel för en procent. För procent använder vi tecknet %.

Brobyskolan gjorde alltså poäng i 85 % av straffkasten och Dalbyskolan i 90 % av straffkasten.

Varför procent
Procent anger hundradelar och är bra att använda när man vill jämföra andelar.

$1\ \% = \dfrac{1}{100} = 0{,}01$	$100\ \% = \dfrac{100}{100} = 1$
Procentform, Bråkform, Decimalform	Det hela är 100 %

Exempel 1: 75 % av figuren är färgad.
Hur många procent är ofärgad?

Svar: Det hela är 100 %. Hela figuren = 100 %.
Den ofärgade delen = 100 % – 75 % = 25 %.

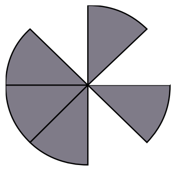
Exempel 2: Figuren är delad i fem lika stora delar.
Hur stor andel av figuren är färgad?

Svara i
a) bråkform b) decimalform c) procentform

Svar: 2 delar av 5 är färgade
a) $\dfrac{2}{5}$ b) $\dfrac{2}{5} = 0{,}4$ c) $0{,}4 = 0{,}40 = 40\ \%$

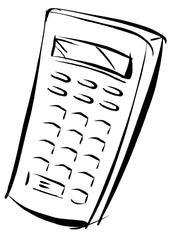
Exempel 3: Hur stor andel av tårtan är inte uppäten?

Svara i bråkform, decimalform och procentform.



Svar: $\dfrac{5}{8} = 0{,}625 = 62{,}5\ \%$

Exempel 4: Skriv i procentform med en decimal.
Använd miniräknare.
a) 1/32 b) 2/3



Svar:
a) $\dfrac{1}{32} = 0{,}03125 = 3{,}125\ \% \approx 3{,}1\ \%$

b) $\dfrac{2}{3} = 0{,}6666\ldots = 66{,}666\ldots\ \% \approx 66{,}7\ \%$

Vid en omröstning på 2 skolor, A och B, i en stad noterades följande resultat. På skola A röstade 588 av 1 400 elever för att bibehålla kärnkraft, medan motsvarande siffror på skola B var 774 av 1 800. På vilken skola var andelen kärnkraftsanhängare störst? Vi undersöker bråken 588/1 400 och 774/1 800

A: 588/1 400 = 0,42 = 42/100
B: 774/1 800 = 0,43 = 43/100

På skola B röstade 43 av 100 för kärnkraft och på skola A 42 av 100. Andelen kärnkraftsanhängare är större på skola B. Procent betyder hundradelar och tecknas %. Resultatet blir att skola B har 43 % och skola A har 42 % kärnkraftsanhängare.

1 % = 0,01, 2 % = 0,02, 17 % = 0,17 o.s.v.

En del enkla procenttal kan man se som bråk.

25 % = 0,25 = 1/4, 50 % = 0,50 = 1/2, 75 % = 0,75 = 3/4, 100 % = 1,00 = 1,
12,5 % = 0,125 = 1/8

$33\frac{1}{3}\ \% = \frac{1}{3} \qquad 66\frac{2}{3}\ \% = \frac{2}{3}$

1 % är alltså en hundradel. Det innebär att procentsatsen kan skrivas som procentform eller decimalform.

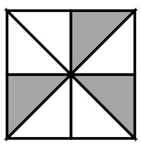
Procenttal	Decimaltal	Bråktal
1 %	0,01	1/100
35 %	0,35	35/100
112 %	1,12	112/100

Beräkningar

1. 4 % av en cirkel är färgad, hur många procent är ofärgad?

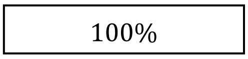
2. Hur stor andel av figuren är färgad? Svara i
   a. Bråkform
   b. Decimalform
   c. Procentform

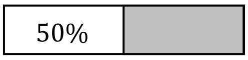
3. Hur stor andel av figuren är färgad? Svara i
   a. Bråkform
   b. Decimalform
   c. Procentform

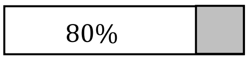


4. Skriv i procentform med en decimal.
   a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{9}{32}$ c) $\frac{75}{128}$ d) $\frac{15}{18}$

5. Hela figuren är 100%
   Hur stor andel är skuggad?



   a) 

   b) 

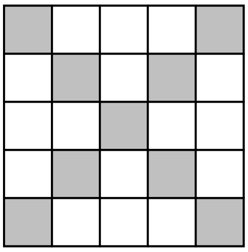
6. 60 % av eleverna i en klass är flickor. Hur många procent är pojkar?

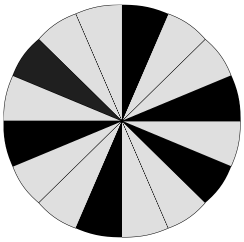
7. Skriv i procentform.
   a) 0,42 b) 0,03 c) 0,30 d) 0,305

8. Skriv i decimalform.
   a) 65 % b) 7 % c) 70 % d) 70,3 %

9. Hur stor del av figuren är färgad? Svara i
   a) bråkform
   b) decimalform
   c) procentform

10. Hur stor del av figurerna är färgade? Svara i
    a) bråkform b) decimalform c) procentform

I


II


11. Rita en rektangel. Skugga sedan 40 % av den.

12. Skriv i procentform med en decimal.
    a) $\frac{7}{8}$ b) $\frac{5}{12}$ c) $\frac{3}{22}$ d) $\frac{17}{36}$

13. Var är arbetslösheten bland byggnadsarbetare störst, i Persboda eller Västerstad?

Antal byggnadsarbetare	**Persboda**	**Västerstad**
Totalt	75	1 500
Arbetslösa	9	165

Undersök och diskutera

Vanliga problemtyper:

De problem man ofta stöter på är av tre grundtyper. Det gäller alltså att fundera ut vilken typ av problem är det jag ska lösa?

Exempel 1: Man frågar efter hur många procent ”en del” är av ”det hela”.
Hur många procent är 50 kr av 370 kr?
Uträkning: 50/370 = 0,135 = 13,5 %
Svar: 50 kr är **13,5 %** av 370 kr

Exempel 2: Man frågar efter hur mycket delen är när man vet procentsatsen och ”det hela”.
Hur mycket är 15 % av 630 kr?
Uträkning: 0,15 × 630 = 94,5
Svar: 15 % av 630 kr är **94,5 kr**

Exempel 3: Man frågar efter vad det hela är när man känner till procentsatsen och hur mycket procentsatsen motsvarar.
70 % av en summa är 420 kr. Hur stor är summan?
Uträkning: 420/0,7 = 600
Svar: Summan är **600 kr**

Alternativ av exempel 3 kan se ut så här:
En vara säljs med 20 % rabatt för 1 200 kr. Vad var priset före rabatt?

Ett mycket vanligt men *felaktigt* sätt att beräkna det är följande:
20 % av 1 200 är 0,20 × 1 200 = 240 kr. Priset innan var då
1 200 + 240 = 1 440 kr. En kontroll visar då att 20 % av 1 440 kr är
0,20 × 1 440 = 288 kr.
1 440 kr – 288 kr = 1 152 kr d.v.s. det blir INTE 1 200 kr. Så här kan man göra:

20 % rabatt innebär att man betalar 80 %,
80 % motsvarar 1 200 kr,
1 % motsvarar 1 200/80 = 15 kr,
100 % motsvarar 100 × 15 = 1 500 kr.
Fullt pris är alltså 1 500 kr.

Ett annat sätt är att lösa problemet med en ekvation. Man antar att fullt pris är x kr. Eftersom 80 % av priset är 1 200 kr blir ekvationen:
0,80 × x = 1 200
x = 1 200/0,80
x = 1 500
Fullt pris är 1 500 kr.

Procent, promille och ppm

Promille betyder tusendelar och betecknas ‰. ppm betyder miljondelar och betecknas ppm (ppm = part per million). Promille används ofta när man talar om koncentrationen ren alkohol i blodet medan ppm används när man talar om t.ex. föroreningar. Förkortningar av typen ppm, ppb och pphm ska undvikas enligt en svensk standard (SS 01 61 18). (ppm, ppb och pphm betyder part per million, part per billion (miljard) resp. part per hundred million.) Att vi fortfarande använder ppm beror på dess vida spridning i arbetslivet.

Problemtyper:
Hur mycket är 7 % av 800?
Hur mycket är 7 ‰ av 800?
Hur mycket är 21 ppm av 18 kg?
I 1 000 m^3 vatten finns 22 liter av en förorening. Hur många ppm blir det?

Procent kan översättas med hundradel(ar). På samma sätt kan promille översättas med tusendel(ar) och ppm med miljondel(ar). Procent, promille och ppm är alltså inte enheter på samma sätt som kg och mil utan står egentligen i stället för en division med hundra, tusen respektive en miljon.

När vi har förändringar brukar man tala om ökning eller minskning med ett visst antal procent, men om man beskriver förändringen med en indexserie, så anger indextalet till hur många procent något ökat eller minskat jämfört med basåret (då index är 100).

Beräkning av procenttal och promille – division
Hur många procent (promille, ppm) är 5 g av 1,000 kg?
Lösning: Man dividerar med det man jämför med d.v.s. med det som tänks vara 100 % (i detta fall 1,000 kg = 1000 g). Så här

$$\frac{5 \text{ g}}{1\ 000 \text{ g}} = 0{,}005 = 0{,}5\ \% = 5\ ‰ = 5\ 000 \text{ ppm}$$

På samma sätt, om något ökar från 1 000 g till 1 005 g får man

$$\frac{1\ 005 \text{ g}}{1\ 00 \text{ g}} = 1{,}005 = 100{,}5\ \%$$

Beräkningar

1. Skriv i decimalform
   a) 3 ‰ b) 15,2 ‰ c) 2 ppm d) 25 ppm

2. Beräkna
   a) 1,5 ‰ av 42 000 b) 35 ppm av 60 000

3. I ett land med 8 300 000 invånare föddes ett år 98 000 barn. Hur många promille var det av hela befolkningen?

4. Hur många ppm är 13 g av 6 500 kg?

5. Skriv i promilleform
   a) 0,007 b) 0,001 6 c) 0,012 d) 0,000 2

6. Hur många promille är
   a) 0,15 ml av 25 ml? b) 75 kr av 50 000 kr?

7. a) Skriv 8 ‰ i decimalform. b) Beräkna 8 ‰ av 45 000 kr.

8. a) Skriv 3,5 ‰ i decimalform. b) Beräkna 3,5 ‰ av 48 000 kr.

9. Skriv i ppm-form
   a) 0,000 19 b) 0,000 031

10. Hur många ppm är a) 2 g av 400 kg b) 0,5 m av 25 km ?

11. a) Uttryck 25 ppm i decimalform. b) Beräkna 25 ppm av 80 000 kg.

12. 3 promille av folkmängden i Sverige är norrmän. Beräkna antalet, då folkmängden är 8 600 000.

13. Vid en kontroll av en bensinpump visade mätaren 50,0 l då man fyllt på 50,2 l. Hur många promille fel visade mätaren?

14. Ett ägg som väger 60 g innehåller 0,72 mg järn. Bestäm järnhalten i ägget uttryckt i ppm.

15. I en förorenad sjö uppmättes DDT-halter på 400 ppm hos fiskarna. Hur mycket DDT innehåller en gädda på 2,3 kg ?

16. Högsta tillåtna nitrithalt i köttvaror sänktes år 1981 från 200 ppm till 150 ppm. Hur många gram nitrit får 2,4 kg kött högst innehålla?

17. Födelsetalet i ett land ökade från 12,5 promille till 13,5 promille. Ange ökningen i
    a) promilleenheter b) promille

Förändringsfaktorn

Förändringsfaktorn 1,005 betyder en ökning (*till* 100,5 % och) *med* 0,5 %.

Om vi i stället har en minskning från 1 000 g till 995 g får man:

$$\frac{995 \text{ g}}{1\,000 \text{ g}} = 0{,}995 = 99{,}5\ \%$$

Förändringsfaktorn 0,995 betyder en minskning (*till* 99,5% och) *med* 0,5 %.

Exempel 1: Kalles lön är 12 400 kr per månad. Den stiger med 8 %. Beräkna den nya lönen.

Metod 1.
Startlön: 12 400 kr
Höjning: 0,08 × 12 400 = 992 kr
Ny lön: 12 400 + 992 = 13 392 kr

Metod 2.
Gammal lön = 100 %
Ökningen 8 % innebär att den nya lönen är 108 % av den gamla lönen.
Ny lön = 1,08 × 12 400 = 13 392 kr

1,08 kallas tillväxtfaktor eller förändringsfaktor.

Exempel 2: En TV kostar 4 900 kr. Den säljs med 8 % rabatt. Beräkna det nya priset.

Metod 1.
Pris = 4 500 kr
Rabatt = 0,08 × 4 900 = 392 kr
Nytt pris = 4 900 – 392 = 4 508 kr

Metod 2.
Man betalar 100 % – 8 % = 92 % av priset.
0,92 × 4 900 = 4 508 kr d.v.s. samma som i metod 1 men enklare.
Här är tillväxtfaktorn 0,92.

Exempel 3: Lisas lön var 12 000 kr. Den höjdes i tre steg, varje gång med 5 %. Beräkna slutlönen.

Metod 1.
Startlön = 12 000 kr
Höjning 1 = 0,05 × 12 000 = 600 kr
Ny lön = 12 000 + 600 = 12 600 kr
Höjning 2 = 0,05 × 12 600 = 630 kr
Ny lön = 12 600 + 630 = 13 230 kr
Höjning 3 = 0,05 × 13 230 = 661,50 kr
Slutlön = 13 230 + 661,50 = 13 891,50 kr

Metod 2.
12 000 × 1,05 × 1,05 × 1,05 = 12 000 × 1,053 = 13 891,50 kr
Man kan multiplicera ihop flera tillväxtfaktorer i rad.

Exempel 4: Ett pris ökar från 50 kr till 65 kr. Hur många procent är höjningen?

Metod 1.
Ökning = 65 – 50 = 15 kr.

$$\frac{\text{ökning}}{\text{ursprungspris}} = \frac{15}{50} = 0{,}30 = 30\ \%$$

Metod 2.

$$\frac{\text{det nya priset}}{\text{det gamla priset}} = \frac{65}{50} = 1{,}30$$
d.v.s. ökning med 30 %

Exempel 5: Ett pris sjunker från 75 kr till 60 kr. Hur många procent är det?

Metod 1.
Sänkning = 75 – 60 = 15 kr
Andel = 15/75 = 0,20 = 20 %

Metod 2.
60/75 = 0,80 = 80 % d.v.s. sjunker med 20%

Som du ser kan man förenkla en del problemlösning med hjälp av tillväxtfaktorn, men problemen kan också lösas på andra men ofta mer tidskrävande sätt.

Exempel 6: Till vilket belopp växer
a) 1 000 kr på 15 år om räntan är 8 %
Lösning: 1 000 × $1{,}08^{15}$ = 3 172 kr

b) 1 kr insatt vid Jesu födelse år 0 mot 1 % ränta på 1 996 år.
Lösning: 1 × 1,011996 = 422 145 409 kr d.v.s. ungefär 422 miljoner.

c) Samma krona som i b) men mot 5 % ränta.
Lösning: 1 × $1{,}05^{1996}$ = 1,97 × 10^{42} kr eller utskrivet
1 970 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 kr.

Här ligger den svenska statsskulden i lä!

Procent och procentenheter

Man skiljer mellan procent och procentenheter. När t.ex. riksbanken sänker diskontot från 5,0 % till 4,5 % säger man att sänkningen är 0,5 procentenheter medan sänkningen i procent är 0,5/5 = 0,10 = 10 %.

Vid en enkät på en skola svarade 40 % av eleverna att de hade en dator hemma. Året därpå svarade 60 % att de hade en dator. Två ortstidningar redovisade andra årets undersökning på olika sätt. Vilken tidning har redovisat förändringen korrekt?

A-Kuriren	B-Posten
Antalet datorer i hemmen ökar med 20 %	**Antalet datorer i hemmen ökar med 50 %**
xxxxxxxxxxxxxxx xxxxxxxxxxxxx xxxxxxxxxxxxxxx xxxxxxxxxxxxx xxxxxxxxxxx	xxxxxxxxxxxxx xxxxxxxxxxxx xxxxxxxxxxxxx xxxxxxxxxxxxx xxxxxxxxxxxxx xxxxxxxxxxxxx xxxxxxxx

Om ett pris på 40 kr ökar till 60 kr kan vi säga att
– ökningen är 20 kr eller
– ökningen är 20/40 = 0,5 = 50 %

En prisändring kan vi uttrycka i kronor eller procent. På ett liknande sätt kan vi uttrycka förändringar av en procentsats. Om en procentsats ökar från 40 % till 60 % säger vi att
– ökningen är 20 *procentenheter* eller
– ökningen är 20/40 = 0,5 = 50 %

Du ser att B-Posten ger korrekt information. A-Kuriren skulle ha skrivit ”Antalet datorer i hemmen ökar med 20 procentenheter”.

Exempel 1: Banken sänkte räntesatsen från 5 % till 4,4 %. Hur stor var räntesänkningen i
a) procentenheter b) procent?

Uträkning:
a) Sänkning från 5 % till 4,4 %. Sänkningen var 0,6 på 5.
Sänkningen var 0,6 procentenheter.

b) $$\frac{\text{sänkningen}}{\text{gamla värdet}} = \frac{0,6}{5} = 0,12 = 12\ \%$$

Svar: a) 0,6 procentenheter b) 12 %

Beräkningar

1. Räntesatsen på ett bankkonto är 4 %. Vad blir den nya räntesatsen om den
   a) höjs med 1 procentenhet?
   b) sänks med 0,5 procentenheter?

2. Med hur många procentenheter har räntesatsen ändrats om den ändras
   a) från 7 % till 10 %?
   b) från 4,5 % till 3 %?

3. Arbetslösheten ökade under ett år från 8 % till 10 %. Hur stor var ökningen i
   a) procentenheter? b) procent?

4. Räntesatsen på ett lån är 11 %. Vilken blir den nya räntesatsen om den
   a) höjs med 2 procentenheter?
   b) sänks med 1 procentenhet?

5. Skatten höjdes för vissa inkomster från 50 % till 55 %. Hur många procentenheter höjdes skatten?

6. En försäljares provision ändras vid en löneförhandling från 25 % till 30 %.
   a) Hur många procentenheter ökar provisionen?
   b) Beräkna $\frac{\text{ökningen}}{\text{ursprunglig provision}}$
   c) Hur många procent ökar provisionen?

7. Marknadsandelen för ett bilmärke ökade från 10 % till 13 %. Hur stor var ökningen i
   a) procentenheter? b) procent?

8. En butik lämnade ett år 5 % i återbäring. Året därpå sänktes återbäringen till 4 %. Hur stor var sänkningen i
   a) procentenheter? b) procent?

9. Födelsetalet i ett land ökade med 0,1 procentenheter till 1,1 %.
   a) Vilket var födelseantalet före ökningen?
   b) Hur stor var ökningen i procent?

10. Enligt en väljarundersökning minskade moderaternas andel av väljarkåren från 30 % till 27 %. Två tv-kanaler sa så här

    TV-12: Moderaterna minskar med 10 %
    Q-TV: Moderaterna minskar med 3 %

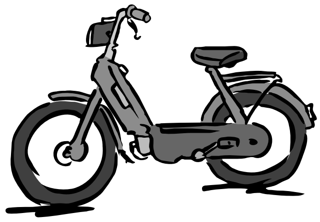
    Vilken TV-kanal presenterar nyheten korrekt? Förklara.

Beräkning av procentsatsen och nya värdet

Problem: *Beräkning av procentsatsen*
Vi vet gamla värdet och nya värdet. Vi vill veta förändringen i procent.

Exempel 1: Pia fick vid en utförsäljning köpa en moped som kostar 5 600 kr för 4 200 kr. Hur många procents rabatt fick Pia?

1. Rabatten i kr = 5 600 kr – 4 200 kr = 1 400 kr



2. Rabatten i procent =

$$\frac{\text{rabatten}}{\text{gamla priset}} = \frac{1\,400}{5\,600} = 0{,}25 = 25\ \%$$

Svar: Pia fick 25 % rabatt.

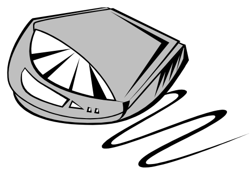
När du ska beräkna hur stor en förändring är i procent ska du ställa upp:

$$\frac{\text{ökningen}}{\text{gamla värdet}} \quad \text{eller} \quad \frac{\text{minskningen}}{\text{gamla värdet}}$$

Problem: *Beräkning av nya värdet*
Vi vet gamla värdet och förändringen i procent. Vi vill veta nya värdet.

Exempel 2: En CD-spelare kostar 700 kr. Vad kostar den om priset höjs med 15 %?

1. Gamla priset = 700 kr



2. Ökning i kr = 15 % av 700 kr = 0,15 × 700 kr = 105 kr

3. Nya priset = 700 kr + 105 kr = 805 kr

Svar: CD-spelaren kostar 805 kr efter prisökningen.

När du ska beräkna det nya värdet vid en förändring ska du ställa upp:

Nya värdet = gamla värdet + ökningen eller
Nya värdet = gamla värdet – minskningen

Beräkningar

1. En CD-skiva som kostar 150 kr säljs för 135 kr.
   a) Hur stor är rabatten i kronor?
   b) Hur stor är rabatten i procent?

2. Ett månadskort för buss kostade 350 kr. Man beslutade att höja priset med 12 %.
   a) Hur stor blev höjningen i kronor?
   b) Vad kostade månadskortet efter höjningen?

3. En bilist ökar hastigheten från 50 km/h till 70 km/h. Med hur många procent ökar den?

4. En person som väger 80 kg bantar bort 10 % av vikten. Vad väger han sedan?

5. Vid en längdhoppstävling ökade Mattias sitt personliga rekord från 600 cm till 630 cm. Bestäm
   a) ökningen i cm, b) ökningen i procent.

6. En jacka för 400 kr säljs med 30 % rabatt.
   a) Bestäm rabatten i kronor. b) Bestäm det nya priset.

7. Ett flygplans hastighet sänks från 750 km/h till 600 km/h. Med hur många procent sjunker farten?

8. Folkmängden i en kommun är 50 000. Hur stor blir den om den
   a) ökar med 3 %? b) minskar med 2 %?

9. Beräkna den procentuella ändringen när ett pris ändras
   a) från 200 kr till 250 kr, b) från 250 kr till 200 kr.

10. För en begagnad bil betalar Martin 42 000 kr. Värdeminskningen per år uppskattas till 10 %. Vad bör då bilen vara värd ett år senare?

11. Matilda sätter in 3 000 kr på ett konto i en bank. Banken ger 3,5 % i årsränta. Hur mycket har Matilda på kontot efter 1 år?

12. Skriv text till en procentuppgift som ger beräkningen
    a) 620 + 0,15 × 620 b) 800 – 0,05 × 800

Vilken procentsats?

Tre basproblem

procentsatsen		delen		det hela
30%	av	200 kr	=	60 kr

Vi söker procentsatsen

Exempel 1: Hur många procent är 60 kr av 200 kr?

$$\frac{\text{delen}}{\text{det hela}} = \frac{60}{200} = 0{,}30 = 30\ \%$$

Svar: 30 %

Vi söker delen

Exempel 2: Hur mycket är 30 % av 200 kr?
1 % av 200 kr är 1/100 av 200 kr = 2 kr
Men 0,01 × 200 kr = 2 kr, d.v.s.
1 % av 200 kr = 0,01 × 200 kr = 2 kr, och
30 % av 200 kr = 30 × 0,01 × 200 kr = 0,30 × 200 kr = 60 kr
Vi kan direkt skriva
30 % av 200 kr = 0,30 × 200 kr = 60 kr

30 × 0,01 =

Överför till decimalfor

Svar: 60 kr

Vi söker det hela

Exempel 3: 30 % av en summa är 60 kr. Hur stor är summan?
30 % av en summa är 60 kr.
1 % av summan är 60/30 kr = 2 kr
100 % av summan är 100 × 2 kr = 200 kr

Svar: 200 kr

Beräkningar

1. Hur många procent är a) 9 g av 45 g b) 213 ton av 355 ton?

2. Beräkna a) 5 % av 140 kr b) 16 % av 3850 kr

3. a) 2 % av ett tal är 10. Vilket är talet?
   b) 15 % av en sträcka är 6 750 m. Hur lång är sträckan?

4. a) Hur många procent är 360 kr av 3 000 kr?
   b) Hur mycket är 25 % av 7 000 kr?
   c) 6 % av ett tal är 18. Vilket är talet?

5. a) Hur mycket är 8,5 % av 4 000 km?
   b) 9 % av ett tal är 36. Vilket är talet?
   c) Hur många procent är 405 m av 9 000 m?

6. Hur många procent är 72 kr av 288 kr?
   a) Hur många kronor är delen?
   b) Hur många kronor är det hela?
   c) Beräkna $\frac{\text{delen}}{\text{det hela}}$ och besvara frågan.

7. Hur många procent är
   a) 3 av 5 b) 3 av 12 c) 5 av 25 d) 72 av 600?

8. Hur mycket är 12 % av 750 kr?
   a) Skriv 12 % i decimalform.
   b) Ställ upp hur man beräknar 12 % av 750 kr.
   c) Gör beräkningen och besvara frågan

9. Beräkna
   a) 10 % av 240 b) 15 % av 400 c) 6 % av 8 500 d) 3 % av 600

10. 5 % av ett tal är 750
    a) Vad är 1 % av talet? b) Vad är 100 % av talet? c) Vilket är alltså talet?

11. a) 3 % av ett tal är 60. Vilket är talet?
    b) 12 % av ett tal är 60. Vilket är talet?
    c) 40 % av ett tal är 60. Vilket är talet?

12. Hur många procent är a) 702 kr av 3 510 kr? b) 70 g av 875 g?

13. Beräkna a) 6 % av 75 miljoner b) 75 % av 24 m

14. a) Hur många procent är 12 av 60?
    b) 8 % av ett tal är 24. Vilket är talet?
    c) Hur mycket är 30 % av 250?

15. a) Hur mycket är 90 % av 740?
    b) Hur många procent är 14 av 56?
    c) 9 % av ett tal är 63. Vilket är talet?

16. Beräkna
    a) 14 % av 250 kr b) 14,4 % av 500 mm c) 6,2 % av 400 m d) 82,5 % av 200 l

17. Hur många procent är
    a) 408 kg av 2 000 kg?
    b) 5 239 personer av 6 500 personer?

18. a) 2 % av en sträcka är 240 m. Hur lång är sträckan?
    b) 2,5 % av ett kapital är 9 600 kr. Hur stort är kapitalet?

19. a) Hur många procent är 484 g av 800 g?
    b) Beräkna 4,2 % av 12 000 km.
    c) 8,5 % av ett kapital är 425 kr. Hur stort är kapitalet?

20. Pelle räknar ut 0,15 av 90 så här: $0{,}1 \times 90 = 9$
    – Vad gör han för fel?

21. Hur vet du vilket av bråken
    $\frac{11}{42}$ $\frac{3}{31}$ $\frac{75}{76}$ $\frac{29}{41}$ $\frac{26}{51}$

    som är ungefär lika med
    a) 100 % b) 50 % c) 25 % d) 10 %?

Tillämpningar

Vi söker procentsatsen

Exempel 1: Vid en trafikkontroll körde 112 av 153 bilar för fort. Hur många procent var det? Svara med hela procent.

Miniräknare | Avrunda till 2 decimaler

$$\frac{\text{delen}}{\text{hela}} = \frac{112}{153} = 0{,}732026\ldots \approx 0{,}73 = 73\ \%$$

Kontroll: 73 % av de 153 bilarna körde för fort = 0,73 × 153 = 111,69 ≈ 112

Svar: 73 % av bilarna körde för fort.

Vi söker delen

Exempel 2: Paola har 12 000 kr på ett bankkonto där räntesatsen är 4 %. Vad får hon i årsränta?

Årsräntan = 4 % av 12 000 kr = 0,04 × 12 000 kr = 480 kr.

Kontroll: $\frac{\text{årsräntan}}{\text{kapitalet}} = \frac{480}{12\ 000} = 0{,}04 = 4\ \%$

Svar: Årsräntan är 480 kr.

Vi söker det hela

Exempel 3: Vid en bokrea sänktes alla priser med 40 %. På en bok sänktes priset med 80 kr. Vad hade boken kostat?

40 % av det gamla priset = 80 kr

1 % av det gamla priset = $\frac{80}{40}$ kr = 2 kr

100 % av det gamla priset = 100 × 2 kr = 200 kr

Kontroll: 40 % av 200 kr = 0,40 × 200 kr = 80 kr

Svar: Boken hade kostat 200 kr.

Beräkningar

1. I en skola var 468 av 1 040 elever flickor. Hur många procent av eleverna var flickor?

2. Emma har 7 400 kr på ett bankkonto där räntesatsen är 3 %. Vad får hon i årsränta?

3. Mattias fick 84 kr för årets bensinkvitton. Hur mycket har han köpt för om återbäringen är 2 %?

4. Årsräntan för ett lån på 70 000 kr är 5 250 kr. Beräkna räntesatsen.

5. Vid en kvalitetskontroll av olika typer av skruvar var 0,67 % defekta. Hur många var defekta om man testade 1 200 st?

6. Pernilla fick 150 kr i årsränta på ett bankkonto med 5 000 kr. Vilken var räntesatsen?
   a) Vilken årsränta fick Pernilla?
   b) Vilket kapital hade hon?
   c) Beräkna $\frac{\text{årsräntan}}{\text{sparkapitalet}}$
   d) Besvara frågan.

7. Vid en realisation kan Erik köpa en freestyle med 20 % rabatt. Ordinarie pris var 550 kr. Hur stor var rabatten i kronor?
   a) Skriv 20 % i decimalform.
   b) Ställ upp hur du kan beräkna 20 % av 550 kr
   c) Utför beräkningen och svara på frågan.

8. Petras månadslön höjs med 4 %. Den ökar då med 540 kr. Hur stor var månadslönen före löneökningen?
   a) Hur mycket är 4 % av månadslönen?
   b) Hur mycket är 1 % av månadslönen?
   c) Hur mycket är 100 % av månadslönen?
   d) Vilken var alltså månadslönen före löneökningen?

9. 116 personer sökte en kurs. Man tog in 29 st. Hur många procent kom in på kursen?

10. Under en realisation sänks priserna med 35 %. Bestäm rabatten i kronor om ordinarie priset är 1 840 kr.

11. Jens hoppade 155 cm i höjd i sitt första hopp. I andra hoppet ökade han höjden med 8 cm. Hur stor var ökningen i procent? Svara med en decimal.

12. Annika har ett lån där räntesatsen är 12 %. Hur stort är lånet då räntesatsen är 5 520 kr?

13. Skriv text till en procentuppgift som ger beräkningen
    a) $0{,}45 \times 600 = 270$ b) $0{,}04 \times 8\,000 = 320$

14. Skriv i procentform
    a) 1,08 b) 2,35 c) 18/5

15. Skriv i decimalform
    a) 135 % b) 270 % c) 406 %

16. År 1977 kostade en biobiljett 15 kr. I början av år 1998 betalade Lena 75 kr för en biobiljett på Filmstaden. Hur många procent är 75 kr av 15 kr?

17. Beräkna 108 % av 2 400 kr.

18. Skriv i procentform
    a) 1,09 b) 2,85 c) 15/4

19. Skriv i decimalform
    a) 103 % b) 240 % c) 545 %

20. Hur många procent är 175 kr av 140 kr?

21. Beräkna 140 % av 210 kr.

22. Skriv i procentform
    a) 0,35 b) 1,35 c) 1,5 d) 2,85

23. Skriv i decimalform
    a) 76 % b) 176 % c) 140 % d) 348 %

24. Skriv i procentform
    a) 4/5 b) 5/4 c) 9/4 d) 36/15

25. En filmrulle kostade 8 kr år 1974 och 36 kr år 1994. Hur många procent är 36 kr av 8 kr?
    a) Teckna $\frac{\text{Priset 1994}}{\text{Priset 1974}}$ b) Beräkna kvoten och besvara frågan.

26. Beräkna 135 % av 8 400 kr.
    a) Skriv 135 % i decimalform
    b) Teckna den beräkning du ska göra.
    c) Gör beräkningen och besvara frågan.

27. Beräkna 208 % av 12 000 m.
    a) Skriv 208 % i decimalform
    b) Teckna den beräkning du ska göra.
    c) Gör beräkningen och besvara frågan.

28. Hur många procent är a) 20 kr av 25 kr b) 25 kr av 20 kr ?

29. Beräkna a) 108 % av 12 000 kr b) 320 % av 80 kr

30. Längden av ett par slalomskidor bör vara 115 % av skidåkarens längd. Hur långa skidor bör
a) Filip ha som är 180 cm lång b) Emma ha som är 160 cm lång?

31. Hur många procent av dagsbehovet gett får man då man äter detta?

Vikt: 308 gram
Fett: 53 gram. Nio gram mer än vad de flesta behöver totalt på en dag.

32. 150 % av 2 000 kr är **A:** 1 000 kr, **B:** 1 500 kr, **C:** 3 000 kr?
Kan du utan att räkna säga vilket svar som är rätt? Förklara!

33. Ordna följande tal i storleksordning med det minsta först.
1,05 150 % 11/10 7/5

34. Bestäm förändringsfaktorn.

	Gamla värde	Nya värdet
a)	60	50
b)	20	24
c)	180	171
d)	175	280

35. Hur stor är förändringen i procent?

	Gamla värde	Nya värdet
a)	28	35
b)	35	28

Beräkna procentsatsen med en decimal om inget annat sägs.

36. Hur stor är förändringen i procent då förändringsfaktorn är
a) 1,03 b) 1,30 c) 1,08 d) 1,80 ?

37. Hur stor är förändringen i procent då förändringsfaktorn är
a) 0,95 b) 0,90 c) 0,85 d) 0,60 ?

38. Hur stor är förändringen i procent då förändringsfaktorn är
a) 0,96 b) 1,13 c) 1,65 d) 0,49 ?

39. Ett pris ökar från 48 kr till 60 kr.
a) Bestäm förändringsfaktorn. b) Hur stor är ökningen i procent?

40. Ett pris minskar från 60 kr till 51 kr.
a) Bestäm förändringsfaktorn. b) Hur stor är minskningen i procent?

41. Vid en realisation sänktes priset på ett par jeans från 480 kr till 384 kr.
    a) Bestäm förändringsfaktorn. b) Bestäm prissänkningen i procent.

42. En firmas omsättning sjönk från 250 000 kr till 175 000 kr.
    a) Bestäm förändringsfaktorn. b) Bestäm minskningen i procent.

43. Tolka följande förändringsfaktorer som en procentuell ökning eller minskning.
    a) 1,125 b) 0,875 c) 2,043 d) 0,707

44. Den tillåtna blyhalten i bensin har sänkts från 0,40 mg/l till 0,15 mg/l. Med hur många procent sänktes värdet?

45. Priset på en vara steg från 400 kr till 950 kr. Bestäm prishöjningen i procent.

46. Bob Beamon höjde 1968 världsrekordet i längdhopp från 835 cm till 890 cm. Ange höjningen i procent.
    b) År 1991 höjde Mike Powell rekordet till 895 cm. Hur stor var denna höjning i procent?

Översikt

Hur mycket är alltsammans om 15 % av det är 45 m?

15 % av alltihop är 45 m

1 % av alltihop är $\frac{45\text{ m}}{15}$

(100 % av) alltihop är $\frac{45\text{ m}}{15} \times 100 = 300$ m

En kvot av två storheter eller tal anges ibland i procentform, särskilt då man vill ange storleksförhållanden t.ex. vid en förändring. Procenttecknet (%) utläses procent och betyder hundradelar.

I procenträkning arbetar man med tre grundbegrepp:

Det totala: hela mängden, hela beloppet o.s.v. Det totala svarar mot en hel eller 100/100 eller 100 %.

Procentsatsen: 2 %, 7 %, 12,5 % o.s.v. Procentsatsen anger, hur många hundradelar man ska ta av det totala. 2 % anger, att man ska ta 2 hundradelar o.s.v.

Procentdelen: en del av det totala (mängden, beloppet o.s.v.). Talet före procenttecknet anger antalet procentenheter.

Storhetsförhållanden kan även anges i promille, som tecknas ‰ och betyder tusendelar.

En storhet ändras med ett visst procenttal. Man kan då beräkna det nya värdet genom att multiplicera det ursprungliga värdet med en tillväxtfaktor (förändringsfaktor). T.ex. 120 plus 20 % av 120 blir 120 × 1,2 = 144. Vid ökning är denna faktor större än 1, vid minskning är mindre än 1.

Procent	7 % = 7/100 = 0,007 procentform, bråkform, decimalform Det hela = 1 = 100 % Hälften = 1/2 = 50 % En fjärdedel = 1/4 = 25 %
Vi söker procentsatsen	a) procentsatsen = delen/hela Om 3 elever av 25 är sjuka, så är 3/25 = 0,12 = 12 % av eleverna sjuka. b) procentsatsen = förändringen /värdet från början Antag att priset för en vara ökar från 20 kr till 26 kr. Förändringen är då 6 kr. Ökning i % = 6/20 = 0,30 = 30 %.
Vi vet procentsatsen	25 % av 400 kr = 0,25 × 400 = 100 kr eller 1/4 av 400 kr = 100 kr
Ränta	Ränta = kapital × räntesats × tid där tiden är uttryckt i år. Räntan under en månad = 1/12 av årsräntan

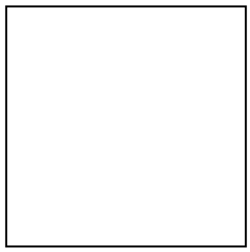
4 Geometri

Mäta med linjal

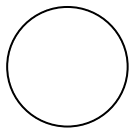
Att mäta med linjal, måttband eller tumstock är en viktig del av de geometriska kunskaperna. En vanlig linjal brukar vara ungefär 3 dm lång medan längden på måttband varierar väldigt.

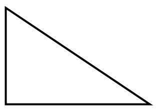
Vanliga geometriska figurer som används är rektangeln, kvadraten, cirkeln och triangeln.

Rektangeln har fyra sidor och alla vinklar är räta, d.v.s. 90°. Exempel på rektanglar är våra dörrar, fönster och golvytor.



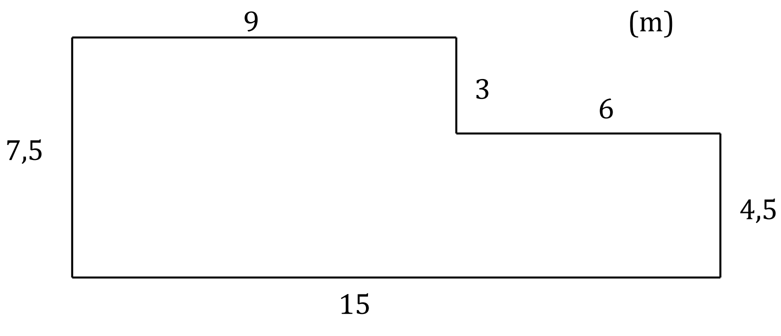
Kvadraten är en speciell form av rektangel där alla fyra sidorna är lika långa.

Cirkeln är rund med konstant avstånd från centrum till  ytterkant.

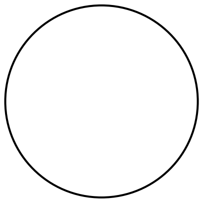
Triangeln har tre hörn och tre sidor. 

Omkrets

Kalle ska lägga kantsten runt parkeringsplatsen. Platsen har de mått som figuren visar.



Måtten är angivna i meter eftersom det finns ett m inom parentes i figurens övre högra hörn.
Hur mycket kantsten går det åt? Vi adderar och får
9 m + 3 m + 6 m + 4,5 m + 15 m + 7,5 m = 45 m.
Detta kallas för figurens omkrets.



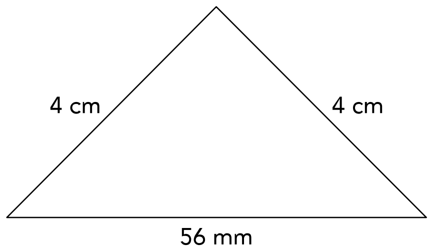
Omkrets = summan av alla sidornas längder.
Cirkelns area beräknas med hjälp av ett matematiskt värde som kallas för pi och betecknas med den grekiska bokstaven π.

Omkretsen av en cirkel är π × diametern = π × d.

Längdenheter

Längden är en grundläggande geometrisk storhet, exempelvis avståndet mellan en sträckas båda ändpunkter. Längden betecknas vanligen I eller S och mäts i längdenheter. SI-enhet är en meter (1 m).

Hur stor omkrets har triangeln?



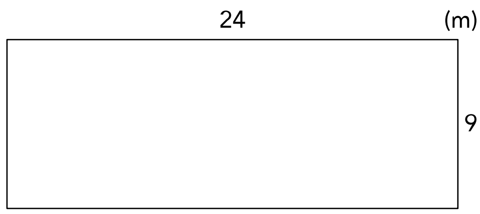
För att kunna addera triangelns sidor krävs att de mäts i samma enhet. Omvandla till cm eller mm.
56 mm = 5,6 cm

Omkretsen = 5,6 + 4 + 4 = 13,6 cm.

1 mil	= 10 km
1 km	= 1 000 m
1 m	= 10 dm
1 dm	= 10 cm
1 cm	= 1 mm

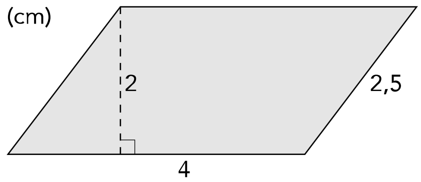
Area

Att beräkna en yta är detsamma som att beräkna en area. Det kan t.ex. vara en golvyta eller en trädgårdsarea. Beroende på vilken form ytan har används en del olika formler. Ett enkelt golv har ofta formen av en rektangel.

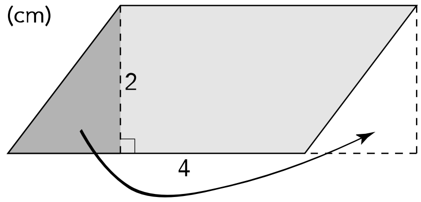


Vad är arean på golvet?
Arean = basen × höjden = 24 × 9 = 216 m^2

Ett parallellogram beräknas på samma vis, enda problemet är att ta reda på höjden. Figuren visar en parallellogram med basen 4 cm och höjden 2 cm. Lägg märke till att höjden går vinkelrät mot basen och att det inte är sidan som är höjden.



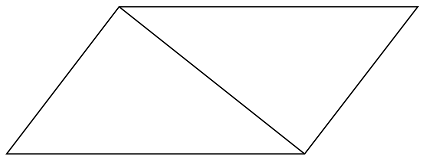
Om vi flyttar den mörkare delen som figuren visar, får vi i stället en rektangel med samma bas och höjd som parallellogrammen. Vi får alltså parallellogrammens area genom att multiplicera basen med höjden.



Triangelns area beräknas med formeln:

Area = $\frac{\text{basen} \times \text{höjden}}{2}$

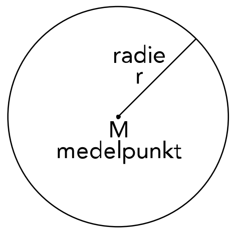
Detta kan man bevisa genom att använda ett parallellogram och dela det som figuren visar. Var och en av trianglarna har en area som är hälften så stor som parallellogrammens area.



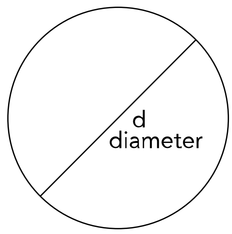
Cirklar

Det finns många sätt att beskriva en cirkel. Ett alternativ är att säga att det är någonting helt runt. Matematikerna väljer att definiera en cirkel som ”mängden av de punkter i ett plan, vilka ligger på ett bestämt avstånd, r, från en bestämd punkt, M, i planet, är en kurva som kallas cirkel”.

Olika beskrivningar av samma sak…



M är cirkelns medelpunkt eller centrum.
Radie (r) är en sträcka från medelpunkten till en punkt på cirkeln.
Kurvans längd kallas cirkelns omkrets eller periferi.
Omkretsen för en cirkel är: $2 \times \pi \times r$
π (pi) är ett slags *irrationellt* tal (transcendent), dess *närmevärde* med 5 decimaler är 3,14159.
En cirkelbåge är en sammanhängande del av cirkeln.

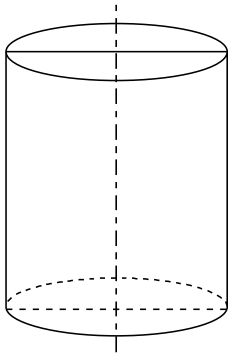


Arean för en cirkel är $\pi \times r^2$ eller $\pi \times d^2/4$ vilket är samma sak.

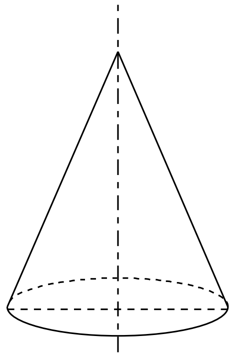
Cylindrar, koner

En cylinder är en kropp, som begränsas av en cylindrisk yta (mantelytan) och två parallella plan (basytorna).
Cylinderns höjd = avståndet mellan basytorna.

Då man i dagligt tal talar om cylinder avser man oftast en rak cirkulär cylinder.
En liksidig cylinder är en rät cirkulär cylinder, vars axelsnitt utgöres av en kvadrat.



Rak cirkulär cylinder



Rak cirkulär kon

Mantelarea

Om du lindar papper kring en cylinder, klipper av det så att det passar precis och rullar ut pappret har du mantelarean.
$A = \pi \times d \times h$

Ordet area kommer från latin och betyder egentligen 'öppen plats', 'jämn plan', 'plan yta'. Tidigare användes begreppet yta, men idag föredras ordet area som mått på en figurs ytinnehåll. Arean betecknas vanligen A eller S och mäts i areaenheter. SI enhet är en kvadratmeter (1 m^2).

Areaenheter

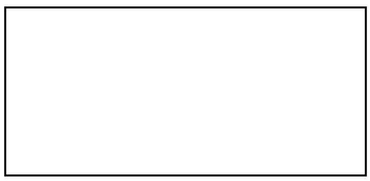
I många sammanhang vill man veta hur stort ett område är. Man ska kanske flytta till en ny lägenhet, lägga ett nytt golv eller måla om köket. Då man anger ett områdes storlek, anger man dess area i t.ex. kvadratmeter. En kvadrat med sidan 1 m har arean 1 m^2.

1 m^2	= 100 dm^2
1 dm^2	= 100 cm^2
1 cm^2	= 100 mm^2

Lägg märke till att omvandlingstalet för areor är 100 medan den är 10 för längder.

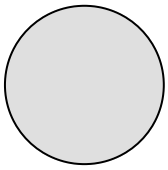
Exempel 1: Beräkna arean av rektangeln.

Sidorna är 3 och 5 cm.
$A = b \times h = 5 \times 3 = 15$ cm^2



Exempel 2: Beräkna mantelarean av ett cylindriskt rör med rördiametern 28 cm. Röret är 2 m långt.
$A = \pi \times d \times h = 3{,}14 \times 28 \times 200 = 17\,584\ cm^2$.

Exempel 3: Hur stor är den cirkulära mattans area?
Radien är 1,5 m.



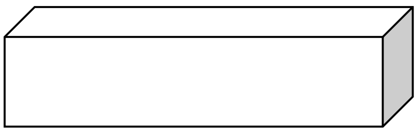
$A = \pi \times r2 = \pi \times 1{,}52 = 7{,}1\ m^2$

Beräkningar

1. Vilken sträcka måste man känna till för att kunna räkna ut arean av en cirkel?
2. I vilken enhet svarar man enklast när man räknat ut arean av en cirkel med diametern 6 dm?
3. En cirkel har radien 4 m och en kvadrat har sidan 7,1 m. Vilken av figurerna har en area närmast 50 m^2?
4. Vad blir arean av en rektangel med sidorna 3,4 m och 56 cm?

Volym

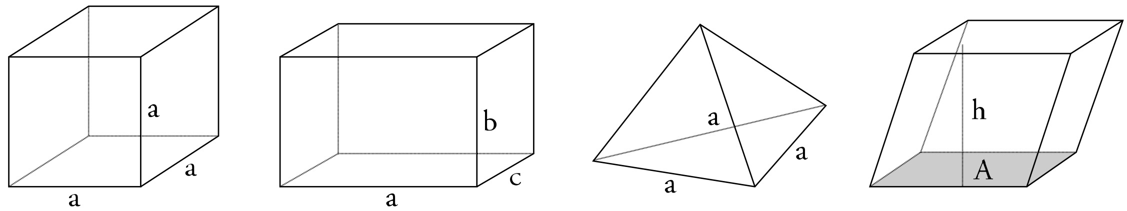
För att beräkna en volym av en kub eller ett rätblock används formeln: $V = A \times b$
Det innebär att arean av ”golvet” multipliceras med höjden.



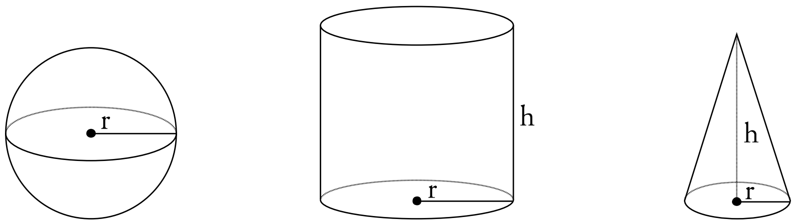
Ordet volym kommer från det latinska ordet volumen som betyder ’skriftrulle’; ’krök(ning)’, av volvo ’vrida runt’, ’rulla runt’), storhet för den del av rummet som uppfylls av en solid kropp. Volymen betecknas vanligen V. Volym mäts i volymenheter, och en volymenhet är volymen av en kub vars sidlängd är en längdenhet. SI-enheten är en kubikmeter (1 m^3) med en liter (1 l) som tilläggsenhet.

För att beräkna volymen av en cylinder multipliceras bottenarean med höjden.
$V = \pi \times r^2 \times h$

Volymen av en sfär beräknas som $4\pi \times r^3 / 3$.



kub a^3 rätblock $a \times b \times c$ tetraeder $a^3 \times \sqrt{2} / 12$ parallellepiped $A \times h$



sfär $4\pi \times r^3 / 3$ cylinder $\pi \times r^2 \times h$ kon $\pi \times r^2 \times h / 3$

Volymenheter

Ofta mäts volym i m^3 eller liter, men det beror givetvis på vilken enhet som passar bäst i situationen.

1m^3	= 1 000 dm^3 = 1 000 000 cm^3 = 1 000 000 000 mm^3
1 dm^3	= 0,001 m^3
1 cm^3	= 0,000 001 m^3
1 liter	= 1 dm^3

Exempel 1: Beräkna arean av en kub med sidan 1 m.
$A = l \times b \times h = s \times s \times s = 1 \times 1 \times 1 = 1\ m^3$

Exempel 2: En varmvattenberedare har formen av en cylinder med måtten 3 m hög, diametern är 1 m.
$A = \pi \times r^2$
$V = A \times h = \pi \times r^2 \times h = 3{,}14 \times 0{,}5^2 \times 3 = 2{,}355\ m^3 =$
$2{,}355 \times 1000\ dm^3 = 2\ 355\ dm^3 = 2\ 335$ liter.

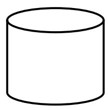
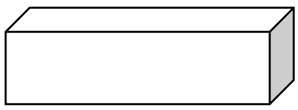
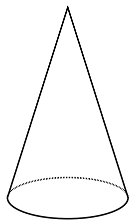
Beräkningar

1. Nederbörden, i form av regn, som faller på ett tak med arean 140 m^2 rinner via stuprännor och rör ned i tunnor. Vid ett tillfälle regnade det 22 mm på en timme. Hur stor volym vatten rann ner i stupрören under denna timme?

2. En vattentoalett spolar 10 l vatten vid varje spolning.
   a) Hur många dm^3 är det?
   b) Efter hur många spolningar har man spolat bort 1 m^3?

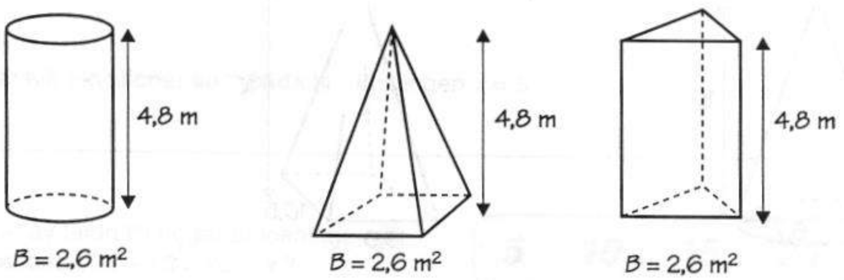
3. En flaska vaccin innehåller 250 ml.
   a) Vid varje vaccination ges 2 cm^3. Hur många ml ges då?
   b) Hur många vaccinationer räcker flaskan till?

4. Vad heter figurerna i bilden?

   a)
   
   b)
   
   c)
   

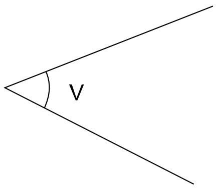
5. Använd rätt formel och räkna ut varje kropps volym

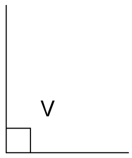
   V = B × h V = B × h / 3 (B = Bottenytans area)

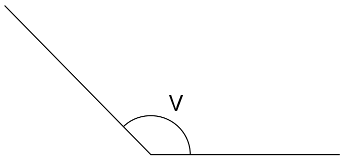


Trianglar och vinklar

Du känner säkert till att vi mäter vinklar i grader. 1 varv motsvarar 360°. En normal tårtbit är mellan 30° och 45°. Det är praktiskt att ge vissa vinklar namn. En vinkel är spetsig om den ligger mellan 0° och 90°. Den är rät om den är 90° och den är trubbig om den ligger mellan 90° och 180°.







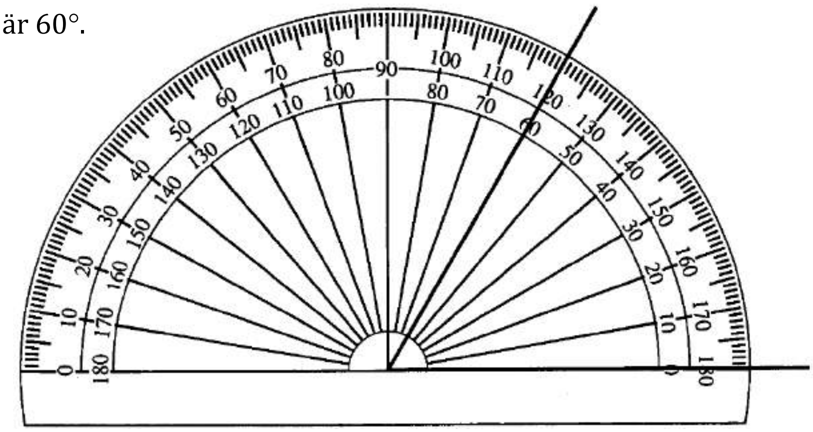
0 < V < 90

V = 90

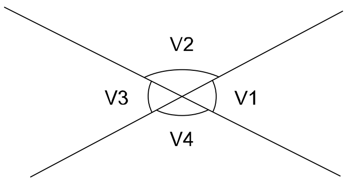
90 < V < 180

För att mäta vinkar används gradskivor.

Vinkelns storlek i figuren är 60°.

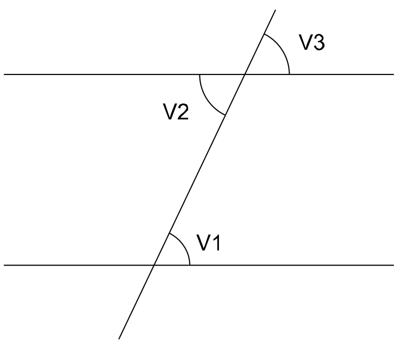


När två linjer skär varandra bildas vertikalvinklar.



Här är V1 ⇔ V3 och V2 ⇔ V4 vertikalvinklar.

V1 ⇔ V2 är s.k. sidovinklar. V1 + V2 = 180°.
Ett annat namn är supplementvinklar (tillsammans 180°).



När en tredje linje skär två parallella linjer bildas alternatvinklar, V1 ⇔ V2
och likbelägna vinklar V1 ⇔ V3.

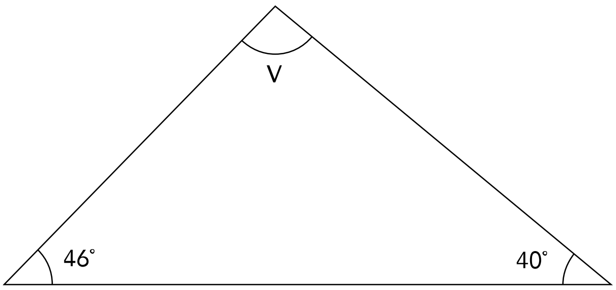
Speciella trianglar:

1. Liksidig. Alla sidorna är lika stora och alla vinklar 60°.

2. Likbent. Två sidor är lika stora och basvinklarna är lika stora.

Höjden i dessa två trianglar delar basen mitt i tu.

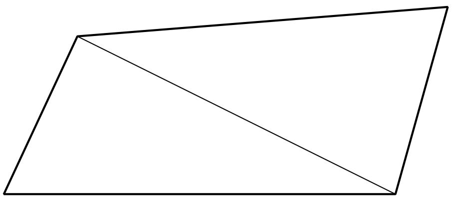
Exempel 1: Beräkna vinkeln V.



Triangelns vinkelsumma ger
V + 46 + 40 = 180
V = 94
Svar: V = 94°

Exempel 2: Hur stor är vinkelsumman i en
a) 4-hörning b) 7-hörning

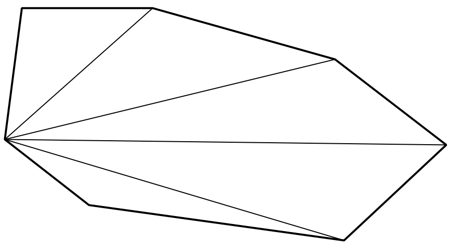
a)



Man delar upp fyrhörningen i 2 trianglar.

Vinkelsumman blir
180 + 180 = 360

b)



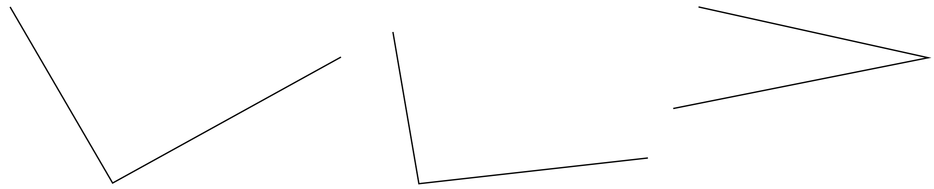
Man delar upp 7-hörningen i 5 trianglar.

Vinkelsumman blir då
5 × 180 = 900

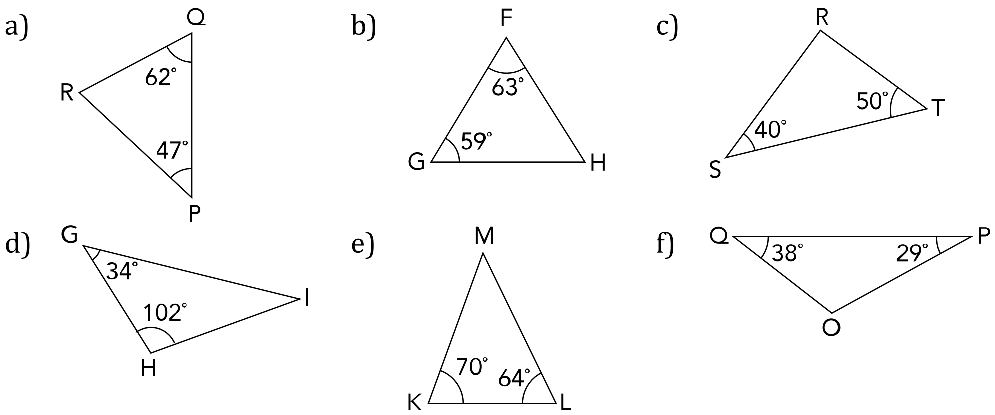
Svar: a) 360° b) 900°

Beräkningar

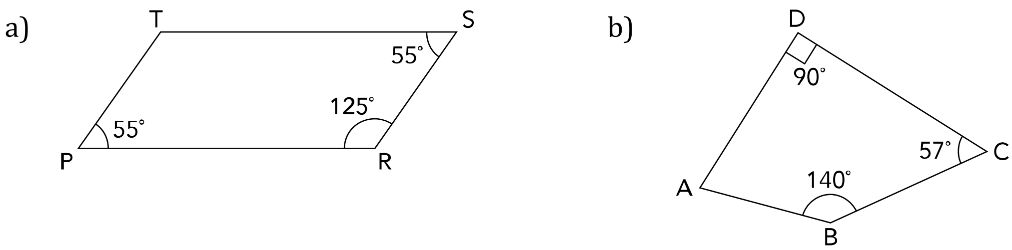
1. Mät vinklarna.



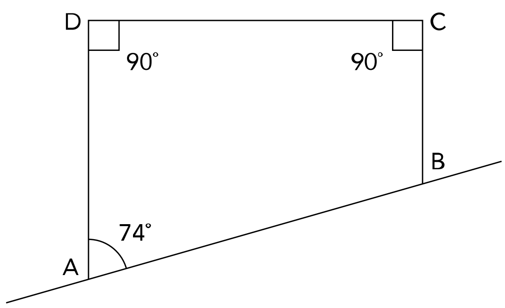
2. Bestäm storleken av den okända vinkeln i trianglarna.



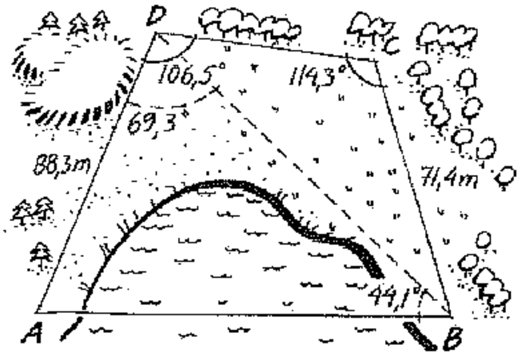
3. Bestäm den okända vinkeln i fyrhörningarna.



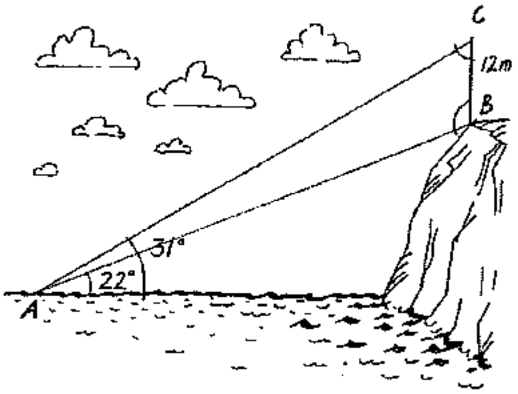
4. Bestäm vinkeln B i sjötomten ABCD



5. En tomt ABCD går delvis in över en sjö. Mått och vissa vinkelbestämningar framgår av kartskissen. Bestäm vinklarna A och B.

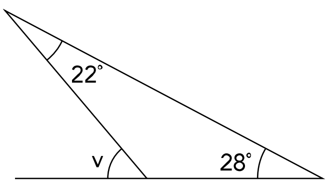


6. Från punkt A observeras en 12 m hög lodrät mast, BC. Bestäm vinklarna B och C.

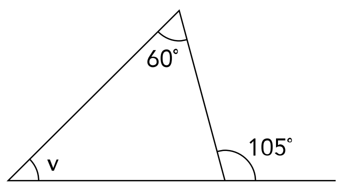


7. Hur stor är vinkeln v?

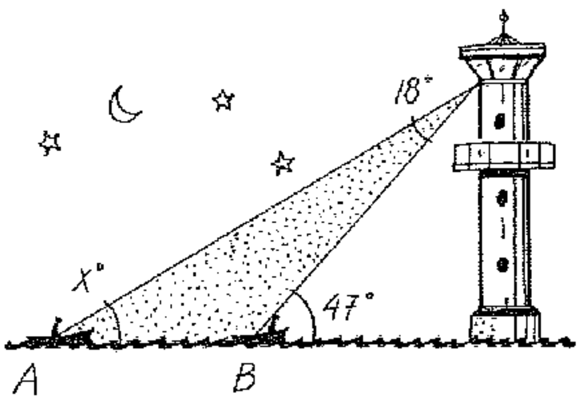
a)



b)

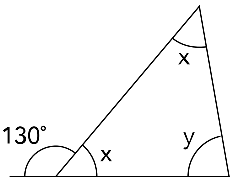


8. Från ett fönster högst upp på en fyr ser man sträckan mellan två roddbåtar A och B under synvinkeln 18°. Båtarna ligger i rät linje med fyren. Från B ser man fönstret under höjdvinkeln 47°. Under vilken höjdvinkel syns fönstret från A?

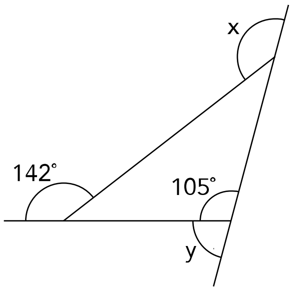


9. Bestäm vinklarna x och y.

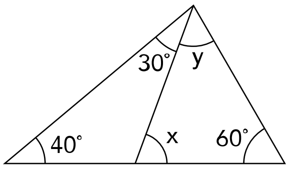
a)



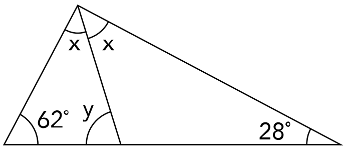
b)



c)



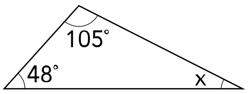
d)



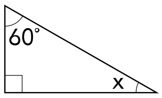
10. I en triangel ABC är vinkeln A dubbelt så stor som vinkel B och 10 grader större än vinkeln C. Beräkna vinklarna.

11. Beräkna triangelns minsta vinkel x, genom att utnyttja att vinkelsumman i en triangel är 180°.

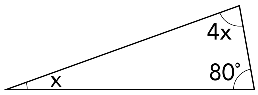
a)



b)

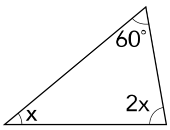


12. I en triangel är vinklarna x, 4x och 80°. Bestäm triangelns vinklar.

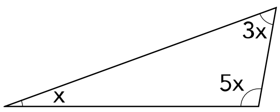


13. Vinkelsumman i en triangel är 180°. Ställ upp en ekvation och bestäm triangelns vinklar.

a)

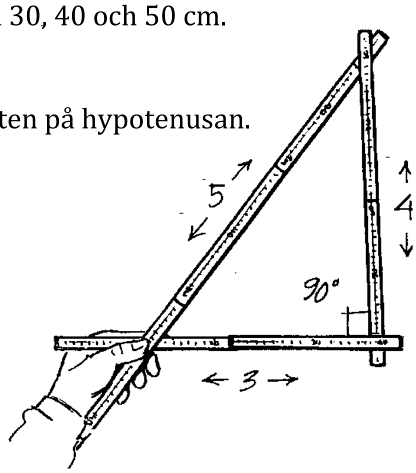


b)



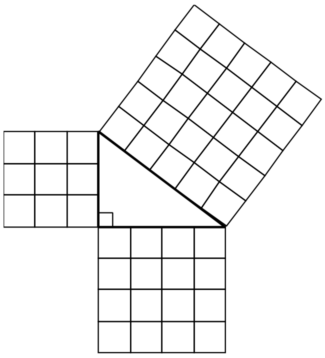
Pythagoras sats

Ibland kan man behöva konstruera en rät vinkel. Detta går att göra med tumstocken genom att vika den i förhållande 3:4:5. Alltså 30, 40 och 50 cm.



Pythagoras sats:
Summan av kateternas kvadrater är lika med kvadraten på hypotenusan.

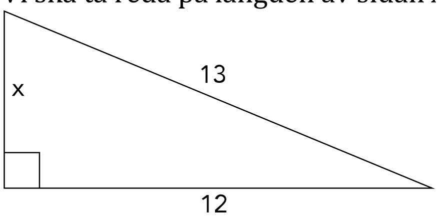
$a^2 + b^2 = c^2$



Kvadratrötter

Om man vet längden av två sidor i en rätvinklig triangel, kan man beräkna den tredje sidan med Pythagoras sats.

Exempel 1: Vi ska ta reda på längden av sidan x i triangeln.



Pythagoras sats ger
$x^2 + 12^2 = 13^2$
$x^2 + 144 = 169$
$x^2 + 144 - 144 = 169 - 144$
$x^2 = 25$

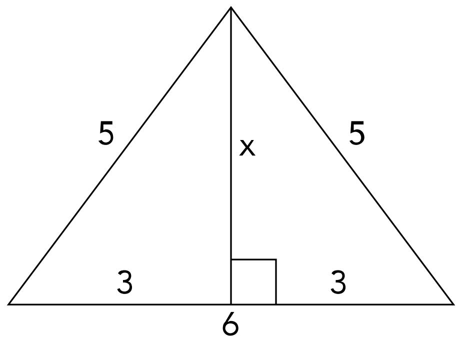
Vi söker ett tal som multiplicerat med sig själv blir 25.
Du inser att 5 är ett sådant tal eftersom $5^2 = 25$.
Även –5 duger, eftersom $(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$.

> Kvadratroten ur x är det positiva tal vars kvadrar är x.
> Kvadratroten ur x skrivs $\sqrt{x}$

I detta fall vet vi att x är större än 0, eftersom längder anges med positiva tal.
Detta ger oss
$x = \sqrt{25}$
$x = 5$
Svar: Längden av sidan x är 5 cm.

Exempel 2: Beräkna arean av en likbent triangel med sidorna 5 cm, 5 cm och 6 cm.

Drag en höjd. Den delar basen mitt itu.
Antag att höjden är x cm.
Pythagoras sats ger:



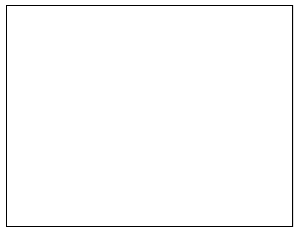
$x^2 + 3^2 = 5^2$
$x^2 = 5^2 - 3^2$
$x^2 = 16$
$x = \sqrt{16}$
$x = 4$

Arean blir $\frac{6 \times 4}{2} = 12$

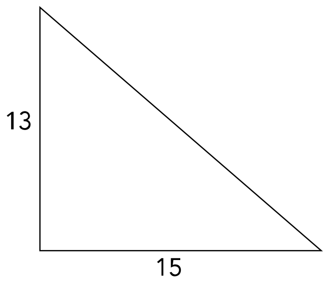
Svar: Arean blir 12 cm^2

Beräkningar

1. I samband med att man sätter ut hörnpunkterna till en ny garageuppfart kan det vara viktigt att vinklarna blir räta. Det kan man kontrollera med hjälp av pythagoras sats. Gör det! Längden är 14 430 mm, bredden är 11 180 mm och diagonalen är ungefär 18 254 mm.

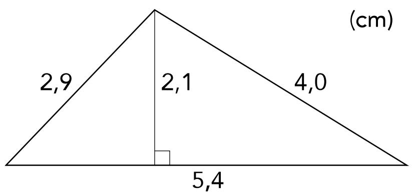


2. Beräkna triangelns hypotenusa.

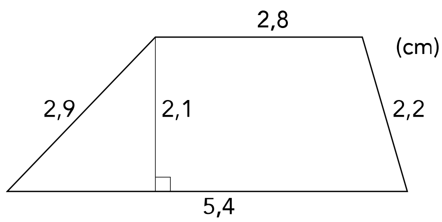


3. Beräkna omkrets och area av följande områden.

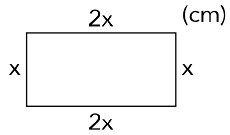
a)



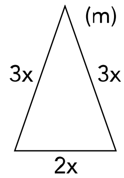
b)



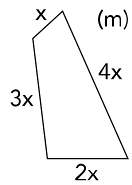
4. Bestäm x då man vet att rektangelns omkrets är 48 cm.



5. Bestäm x då man vet att triangelns omkrets är 28 m.

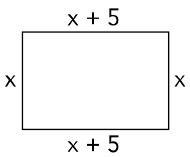


6. Bestäm x då man vet att fyrhörningens omkrets är 85 m.

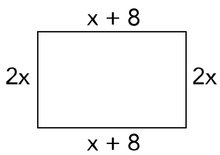


7. Bestäm x då man vet att rektangelns omkrets är 40 cm.

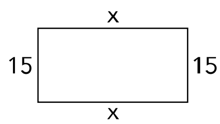
a)

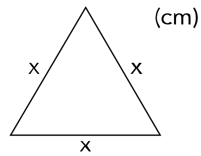


b)



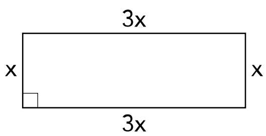
8. Rektangeln och triangeln har lika stor omkrets. Bestäm x.



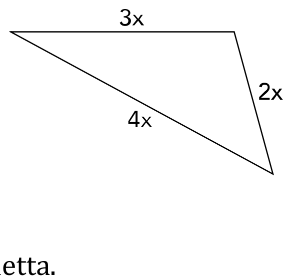


9. Skriv ett uttryck för omkretsen och förenkla detta.

a)

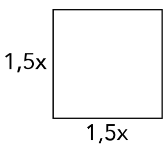


b)

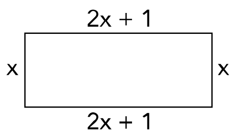


10. Skriv ett uttryck för omkretsen och förenkla detta.

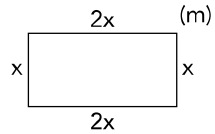
a)



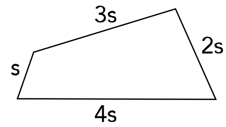
b)



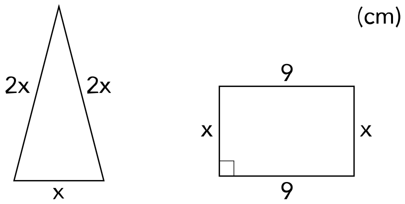
11. Rektangeln har omkretsen 48 m. Beräkna x.



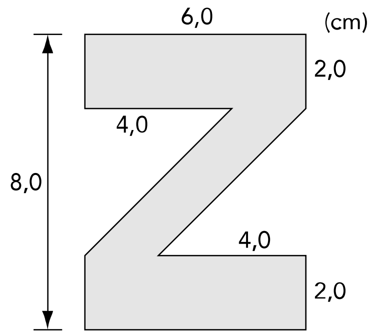
12. Bilden visar en fyrhörning med sidorna s, 2s, 3s och 4s.
Beräkna omkretsen då s = 2,6 m.



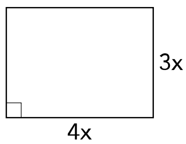
13. Triangeln och rektangeln har lika stor omkrets.
Ställ upp en ekvation och beräkna x.



14. Beräkna arean av det skuggade området.

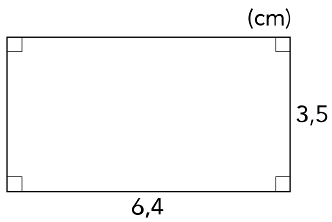


15. Rektangeln har omkretsen 28 m.
Beräkna rektangelns area.

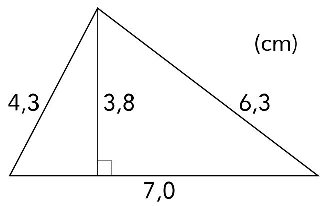


16. Beräkna omkrets och area av rektangeln och triangeln.

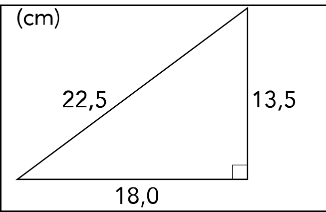
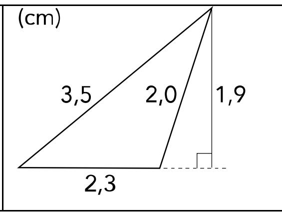
a)



b)

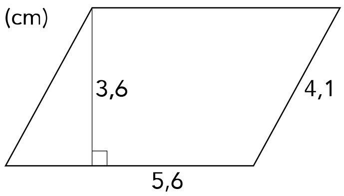


17. Beräkna trianglarnas omkrets och area.

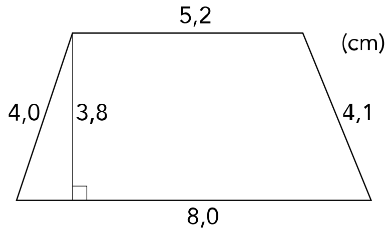
a)		b)	

18. Beräkna omkrets och area av parallellogramen och parallelltrapetset.

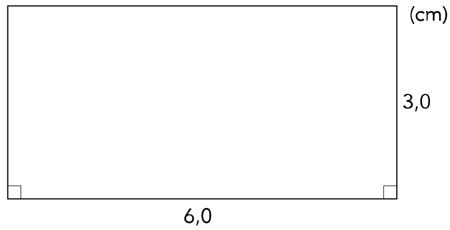
a)



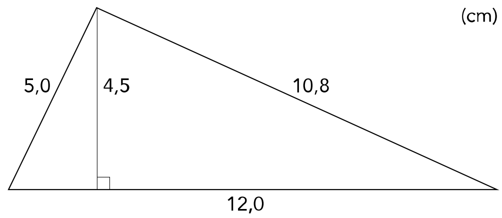
b)



19. a) Hur får du rektangelns omkrets?
    b) Ställ upp och beräkna omkretsen.
    c) Hur får du rektangelns area?
    d) Ställ upp och beräkna arean.

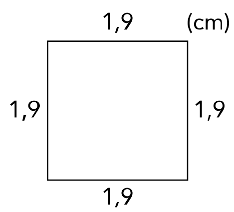


20. a) Hur får du triangelns omkrets?
    b) Ställ upp och beräkna omkretsen.
    c) Hur får du triangelns area?
    d) Ställ upp och beräkna arean.

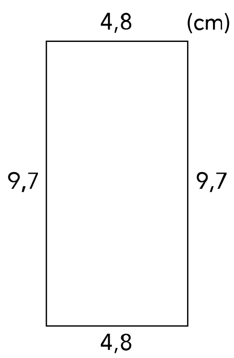


21. Beräkna omkrets och area av kvadraten och rektangeln.

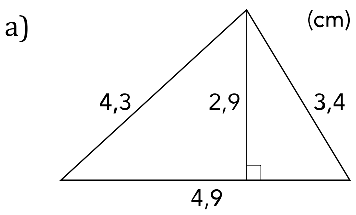
a)

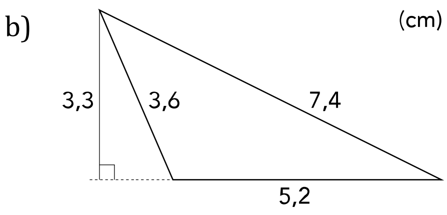


b)

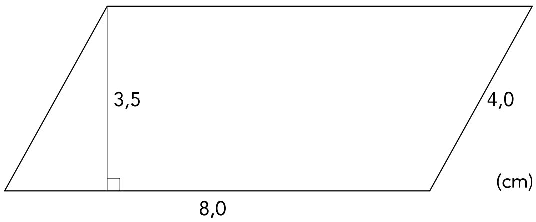


22. Beräkna trianglarnas omkrets och area.



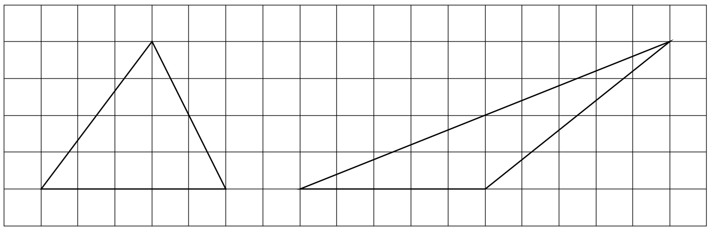


23. Figuren visar en parallellogram.
    a) Ställ upp hur du beräknar omkretsen.
    b) Beräkna omkretsen.
    c) Ställ upp hur du beräknar arean.
    d) Beräkna arean.



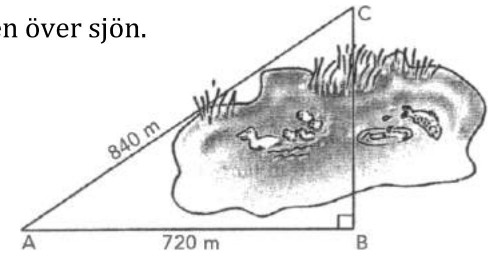
24. Beräkna parallellogrammens omkrets och area.

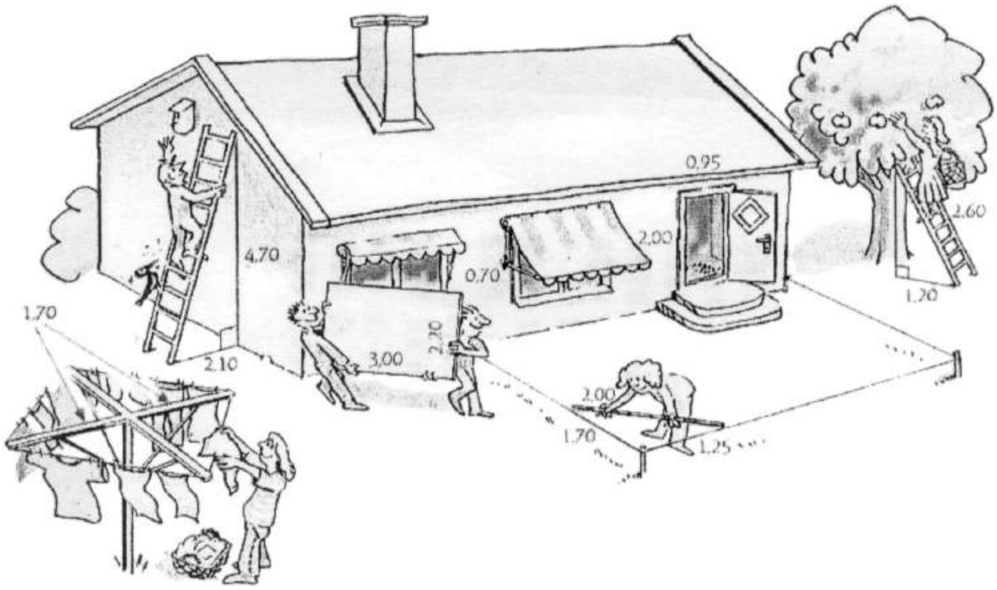
25. Trianglarna har lika stor area. Förklara varför.



26. Rita en rektangel med omkretsen 18 cm och en area som är mindre än 15 cm^2. Kontrollera att din rektangel uppfyller villkoren.

27. Beräkna avståndet mellan B och C fågelvägen över sjön.





28. Ett av rummen har måtten 400 cm × 520 cm. Pontus mätte rummets ena diagonal till 656 cm. Har rummets golv räta vinklar?

29. Ytterdörren är 95 cm bred och 200 cm hög. Kan man ta in en spånskiva genom dörren om skivans mått är 220 cm × 300 cm?

30. Hur högt når ”äppelplockarstegen”, om den är 2,6 m lång och den på marken står 1,2 m från trädet?

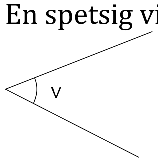
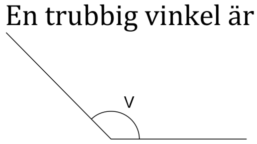
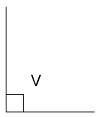
31. Taknocken befinner sig 5,2 m över marken. Hur lång måste en stege minst vara för att nå upp till en punkt 0,5 m under taknocken, om nedre änden ska stå 2,1 m från väggen?

32. Man ska bygga en altan med plattor. Altanen markeras först med snören. För att kontrollera om vinklarna blivit räta lägger Sofia ut en 2 m lång tumstock mellan två sidor. Hon mäter sidorna i den triangel som hon får. De blev 170 cm och 125 cm. Var vinkeln vid hörnet rät?

33. En torkvinda för tvätt har 170 cm långa armar. Klädstrecket som spänns upp på armarna bildar en kvadrat. En rulle klädstreck innehåller 10 m. Räcker den till torkvindan?

34. Markisduken är fäst vid en 70 cm lång metallarm. Hur många centimeter duk kan man släppa ut, då armen i utfällt läge är vinkelrät mot väggen?

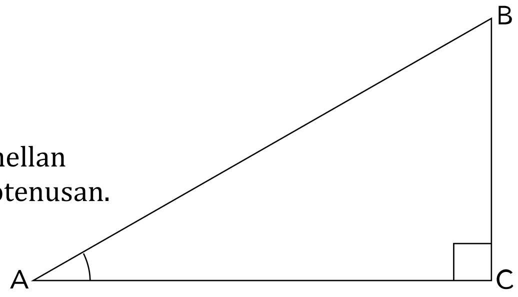
Översikt

Månghörningar	Rektangel, kvadrat, parallellogram, romb och triangel är exempel på månghörningar.
Omkrets	Omkretsen av en månghörning = summan av alla sidornas längder.
Area	Rektangelns area = b × h Kvadratens area = s × s Parallellogrammens area = b × h Triangelns area = b × h / 2
Längdenheter	1 mil = 10 km = 10 000 m 1 km = 1000 m 1 m = 10 dm 1 dm = 10 cm 1 cm = 10 mm
Area enheter	1 m^2 = 10 000 cm^2 1 dm^2 = 100 cm^2 1 cm^2 = 100 mm^2
Vinklar	Vinklar mäts i grader. Ett helt varv är 360°
Spetsig vinkel	En spetsig vinkel är mindre än 90°  0° < v < 90°
Trubbig vinkel	En trubbig vinkel är större än 90°  90° < v < 180°
Rät vinkel	En rät vinkel är exakt 90°  v = 90°
Vinkelsumman i en triangel	Vinkelsumman i en triangel är alltid 180°

5 Trigonometri

På din räknare har du tre tangenter märkta $\boxed{\text{SIN}}$, $\boxed{\text{COS}}$ och $\boxed{\text{TAN}}$.
Nu ska vi som en orientering visa dig vad de står för och hur det kan användas vi beräkningar i rätvinkliga trianglar.

I en rätvinklig triangel ABC gäller:



Sinus är en kvot
Sinus för den spetsiga vinkeln A är förhållandet mellan (kvoten mellan) motstående sida (till A) och hypotenusan.

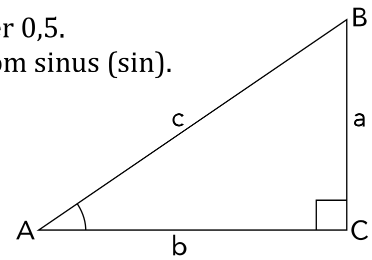
$$\sin A = \frac{\text{motstående sida (till A)}}{\text{hypotenusan}}$$

Denna kvot beror bara av vinkelns storlek och inte av triangelns storlek.

Bestäm sin 30°
I triangeln ABC (ovan) är vinkeln A = 30°. Mäter du sidorna, finner du att BC = 35 mm och AB = 70 mm.

$$\sin 30° = \frac{\text{motstående sida (till A)}}{\text{hypotenusan}} = \frac{35}{70} = 0{,}5$$

Räknaren
Sätt räknaren på grader (deg) och kontrollera att 30 $\boxed{\text{SIN}}$ ger 0,5.
Cosinus (cos) och tangens (tan) definieras på liknande sätt som sinus (sin).



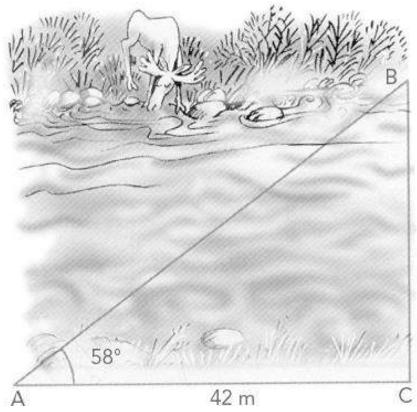
Med figurens beteckningar blir det

sin A = a/c cos A = b/c tan A = a/b

Försök uttrycka dessa definitioner i ord!

Några exempel
Trigonometri används ofta för att bestämma sträckor och vinklar som inte går att mäta direkt.

Exempel 1: På stranden till en älv mäter vi upp en sträcka AC = 42 m och bestämmer en punkt B på andra stranden så att vinkeln C blir rät. Därefter mäter vi vinkeln A och får 58°. Hur bred är älven?



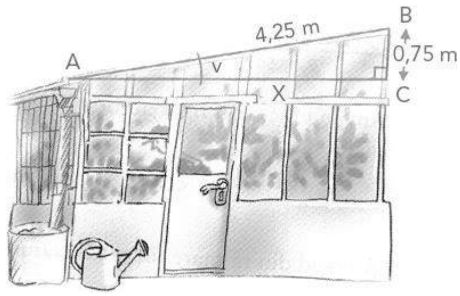
Vi låter BC = x m
Kvoten x/42 är lika med tan 58° ≈ 1,6

Med räknare

$\frac{x}{42} = 1{,}6$
x = 42 × 1,6
x = 67,2

Svar: Älven är 67 m bred.

Exempel 2: Figuren visar en skiss till ett uterum. Hur stor är takets lutningsvinkel v?



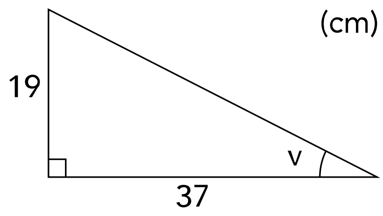
$\sin v = \frac{0{,}75}{4{,}25} = 0{,}17647$

Hur får vi vinkeln v när vi vet sinus för v? Det är den omvända (inversa) proceduren till att bestämma sin v då du vet v.

0,17647 $\boxed{\text{inv}}$ $\boxed{\text{sin}}$ ger 10,164

Svar: Vinkeln är 10,2°.

Exempel 3: Beräkna vinkeln v.

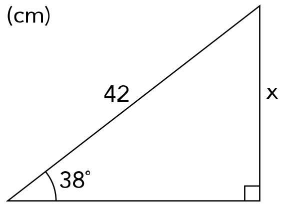


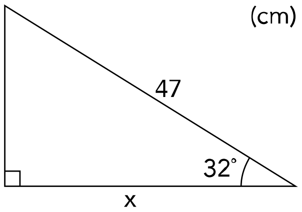
Definitionen av tangens ger $\tan v = \frac{19}{37}$

Räknaren (ställd på räkning i grader) ger 27,181…
Vi avrundar till två siffror v ≈ 27°.

Svar: Vinkeln v är 27°.

Exempel 4: Beräkna längden av den sträcka som markerats med x.

a) 

b) 

a) Definitionen av sinus ger sin 38° = $\frac{x}{42}$
x = 42 × sin 38
Räknaren ger 25,857… x ≈ 26

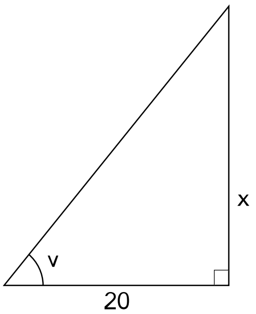
Svar: Sträckan är 26 cm

b) Definitionen av cosinus ger cos 32° = $\frac{x}{47}$
Räknaren ger 39,858… x ≈ 39,858

Svar: Sträckan är 40 cm.

Exempel 5: När vi står 20 meter från ett träd så uppmäts vinkeln v i figuren till 51°. Vilken höjd har trädet?

I figuren är x *motstående* katet till vinkeln v medan sidan som är 20 meter lång är *närliggande* katet (den närliggande kateten är den sida som både bildar rät vinkel med en annan sida i triangeln och som dessutom spänner upp vinkeln v.



Med hjälp av formeln ovan får vi ekvationen:

$$\tan(51°) = \frac{x}{20}$$

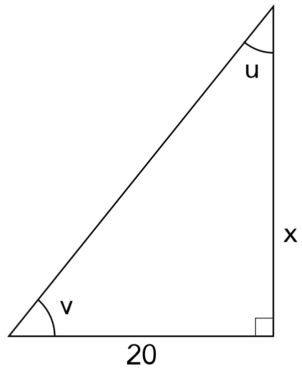
51 $\boxed{\text{tan}}$ ger avrundat 1,235.

$$1{,}235 = \frac{x}{20}$$

För att få x fritt på höger sida måste vi multiplicera upp 20. Vi får:
20 × 1,235 = x

och med huvudräkning kan vi exempelvis räkna 2 × 12,35 = 24,7.

Svar: Trädet är 24,7 m högt.



Exempel 6: Hur stora är vinklarna v och u i figuren?

Med hjälp av formeln får vi ekvationen (varför?):

$$\tan(v) = \frac{24{,}7}{20}$$

Tan för något okänt ska alltså bli
24,7 / 20 = (24,7 / 2) / 10 = 12,35 / 10 = 1,235

1,235 $\boxed{\text{inv}}$ $\boxed{\text{tan}}$ ger att vinkeln då måste vara 51°.
Eftersom summan av vinklarna i en triangel alltid är 180° så får vi vinkeln u = 180° – 90° – 51° = 39°.

Svar: Vinkeln v = 51° och vinkeln u = 39°.

I exemplet ovan använder vi den inversa funktionen till tangens för att få fram vinkeln: $\tan^{-1}$. Blanda inte ihop denna med tan. Tan^{-1} är ”baklängesfunktionen” till tan. Tan använder vi när vi känner vinkeln och vill ha ut sidan medan $\tan^{-1}$ används när vi känner sidorna och vill ha ut vinkeln.

Exempel 7: Bestäm vinklarna v och u i figuren.

$$\tan(v) = \frac{7{,}0}{10{,}0}$$

$\tan(v) = 0{,}70$

$v = \tan^{-1}(0{,}70)$

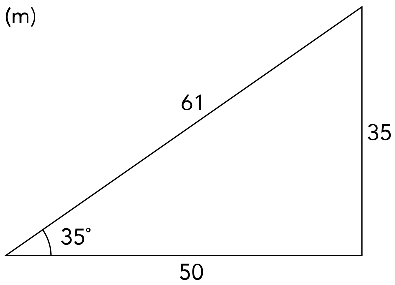
$v \approx 35°$

Eftersom summan av vinklarna i en triangel alltid är 180° så får vi vinkeln
u = 180° – 90° – 35° ≈ 55°.

Svar: Vinkeln v = 35° och vinkeln u = 55°.

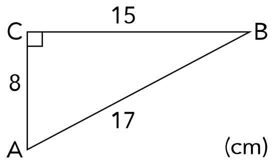
Beräkningar

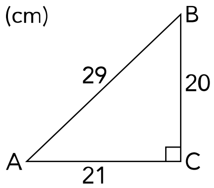
1. Använd måtten i figuren nedan för att med två decimaler bestämma
   a) sin 35° b) cos 35° c) tan 35°



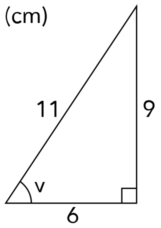
2. Använd din räknare för att bestämma
   a) sin 35° b) cos 35° c) tan 35°

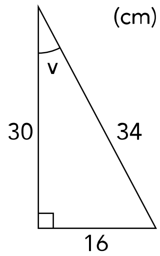
3. Ställ upp och beräkna tan A och tan B (två decimaler).

a) 

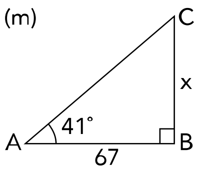
b) 

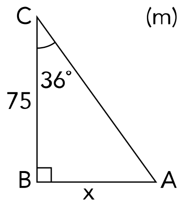
4. Bestäm sin v och cos v (två decimaler)

a) 

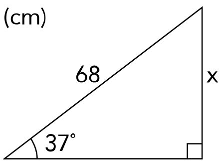
b) 

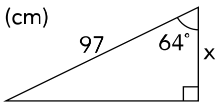
5. Beräkna längden som markeras med x

a) 

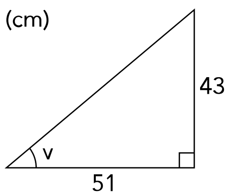
b) 

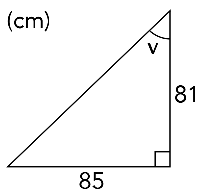
6. Beräkna längden av de sidor som markerats med x.

a) 

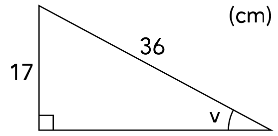
b) 

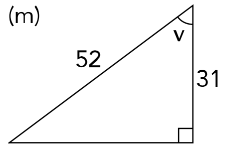
7. Bestäm den obekanta vinkeln v i hela grader.

a) 

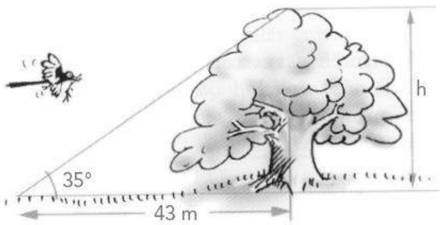
b) 

8. Bestäm den obekanta vinkeln v i hela grader.

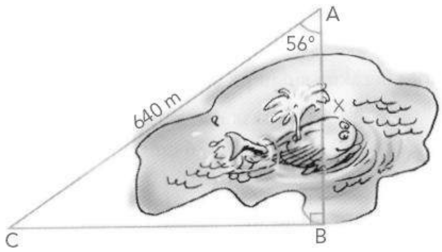
a) 

b) 

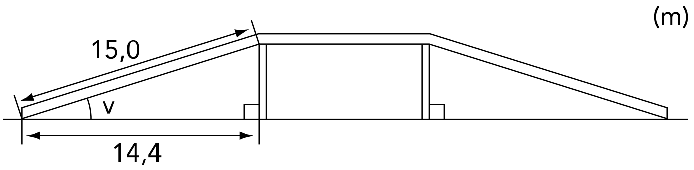
9. Hur högt är trädet?



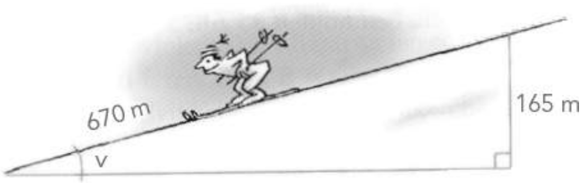
10. Hur långt är avståndet AB över sjön om vinkeln A är 56° och sträckan AC är 640 m?



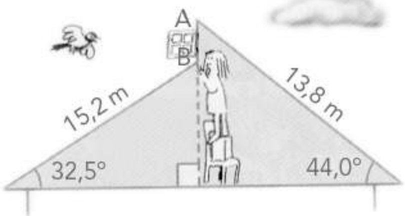
11. En viadukt går över en motorväg. Bestäm lutningen v (hela grader).



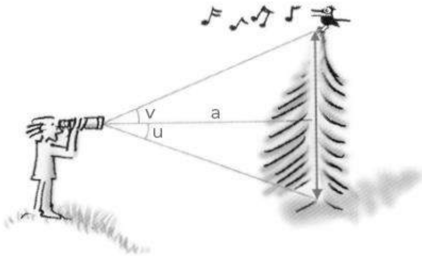
12. Under vilken vinkel sker nedfarten?



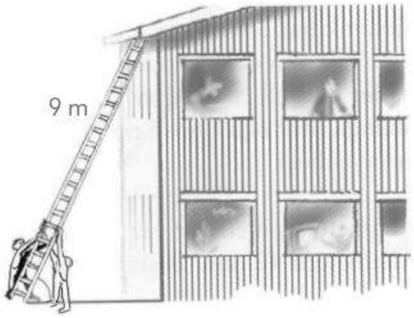
13. Figuren nedan visar en plan genomskärning av ett tak. Hur högt är fönstret AB?



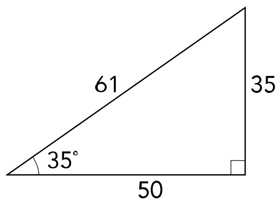
14. Bestäm trädets höjd, då a = 28 m, u = 19° och v = 23°.



15. För att en 9,0 m lång stege ska stå säkert när den reses mot en vägg får vinkeln med markplanet ej understiga 64° och ej överstiga 78°. Bestäm stegens kortaste respektive längsta avstånd till väggen, då den är i säkert läge.

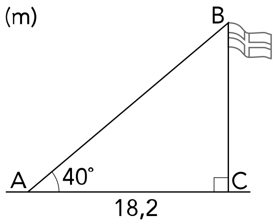


16. Använd måtten i figuren för att bestämma
    a) sin 35°
    b) cos 35°
    c) tan 35°

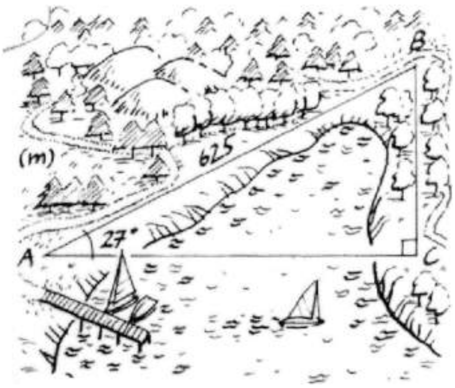


17. Använd miniräknare för att bestämma
    a) sin 35°
    b) cos 35°
    c) tan 35°
    (Jämför med värdena i föregående uppgift.)

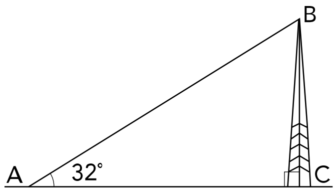
18. Bestäm flaggstångens höjd BC.



19. Bestäm avståndet AC över viken.



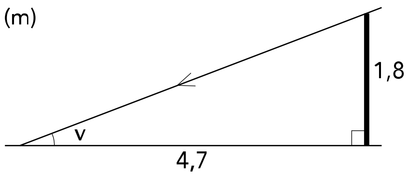
20. Hur hög är masten BC, om linan AB = 29 m?



21. Bestäm vinkeln v, med en decimal, då
    a) tan v = 0,675 b) sin v = 0,675

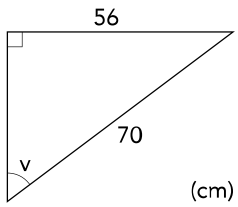
22. Bestäm vinkeln v, med en decimal, då
    a) tan v = $13/19$ b) cos v = $11/27$

23. En 1,8 m hög käpp kastar en 4,7 m lång skugga. Bestäm vinkeln v.

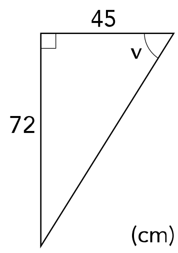


24. Bestäm de med v markerade vinklarna

a)

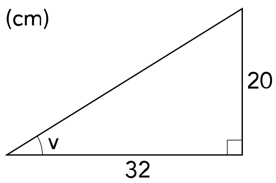


b)

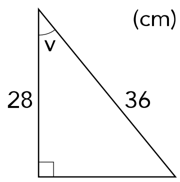


25. Bestäm de med v markerad vinklarna.

a)

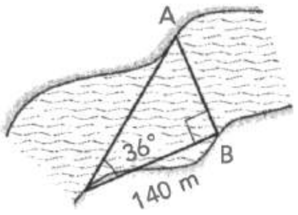


b)

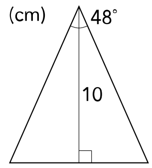


26. En av kateterna i en rätvinklig triangel är 73 mm. Motstående vinkel är 37°. Hur lång är den andra kateten?

27. Bestäm älvens bredd AB.



28. I en likbent triangel är höjden 10 centimeter och vinkeln mot den avvikande sidan 48 grader. Beräkna triangelns area.

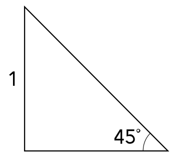


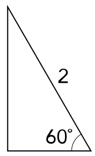
29. Lös ut x i

a) $\tan v = \frac{x}{2}$ b) $\tan v = \frac{x}{q}$ c) $\tan v = \frac{q}{x}$

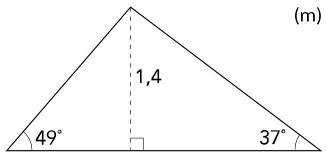
d) $\tan v = \frac{15}{x}$ e) $\tan v = 15x$ f) $\tan v = \frac{x}{15}$

30.
a) I figuren till vänster visas en halv kvadrat. Motivera varför tan 45° = 1.
b) I figuren till höger visas en halv liksidig triangel. Motivera varför tan 60° = $\sqrt{3}$.

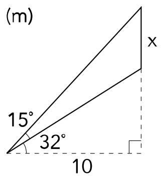




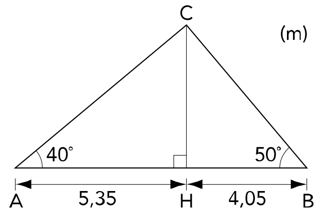
31. Beräkna triangelns area.



32. Beräkna sträckan x i figuren.

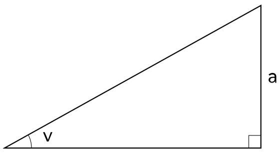


33. I en triangel har gjorts de fyra mätningar som beskrivs i figuren.
   a) Visa att minst en av dessa mätningar måste vara felaktig.
   b) Beräkna ett riktigt värde på längden av sträckan AH om du vet att de andra tre värdena är korrekta.

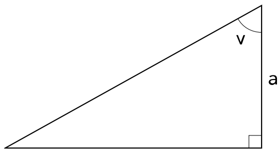


34. Ange en formel för den rätvinkliga triangelns area uttryckt i a och v.

a)

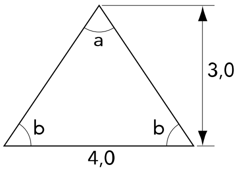


b)

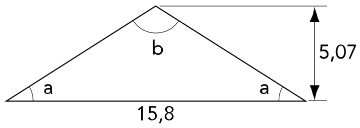


35. Ange vinklarna i nedanstående båda likbenta trianglar.

a)



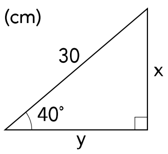
b)



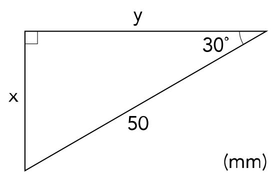
36. Bestäm vinkeln v om
   a) 3 tan 2v = 5   b) 0,5 tan 0,5v = 3

37. Beräkna med hjälp av sinus längden x hos en katet i dessa trianglar.

a)



b)

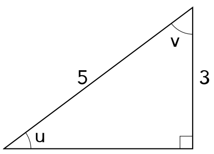


38. Beräkna med hjälp av cosinus längden y hos den andra kateten i ovanstående trianglar.

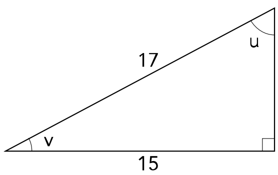
39. Hur kan du i senaste övningen beräkna längderna y med hjälp av sinus i stället för cosinus?

40. Bestäm med hjälp av sinus vinkeln u i dessa trianglar.

a)

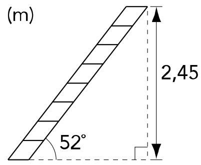


b)

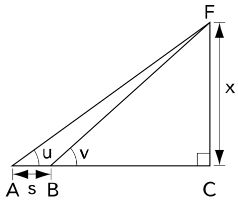


41. Bestäm med hjälp av cosinus vinkeln v i trianglarna i föregående uppgift. Kontrollera att svaren i denna och föregående övning inte motsäger varandra.

42. En brant trappa till ett sovloft i en sportstuga ska tillverkas. Hur lång ska trappan vara om höjdskillnaden är 2,45 m och vinkeln mot golvet är 52° ?

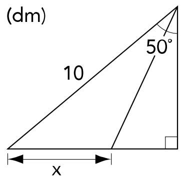


43. Antag att vi befinner oss på ett fartyg i punkten A och går i riktning mot C. Vi bestämmer vinkeln u till 36°. Efter en stund befinner vi oss i punkten B. Vi vet då att avståndet s är 700 m och mäter vinkeln v, v = 42°. Vi ska nu bestämma avståndet från B till fyren F.
    a) Uttryck BC i x.
    b) Uttryck AC i x.
    c) Bestäm x.
    d) Bestäm BF.



44. I en rätvinklig triangel är hypotenusan c och en av de spetsiga vinklarna v. Uttryck de båda kateterna med hjälp av c och v.

45. I triangeln är en bisektis dragen. Beräkna längden hos sträckan x i figuren.



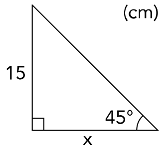
46. Ange exakta värden på sin v, cos v och tan v om v är
a) 45° b) 30° c) 60°

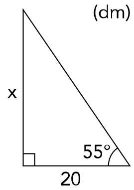
47. Förklara varför följande samband gäller
a) sin(90° – v) = cos v b) cos(90° – v) = sin v

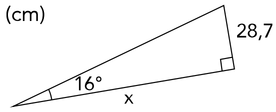
48. Bestäm det exakta värdet på
    a) $(\sin 60°)^2 + (\cos 60°)^2$
    b) $2 \times \sin 45° \times \cos 45°$
    c) $(\cos 30°)^2 - (\sin 30°)^2$

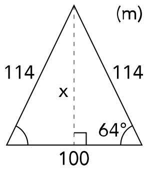
49. Bestäm med hjälp av miniräknaren
a) tan(12°) b) 200 × tan(12°) c) 10 × tan(38°)
d) 57 × tan(45°)/3

50. Ställ först upp en ekvation med x för följande trianglar. Beräkna sedan längden på sidan markerad med x. Bestäm också triangelns area.

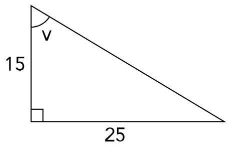
a) 

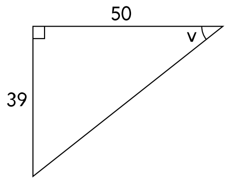
b) 

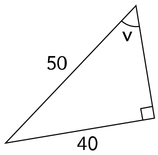
c) 

d) 

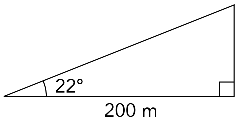
51. Ställ upp ekvationer och beräkna därefter storleken på vinklarna v.

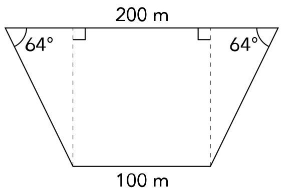
a) 

b) 

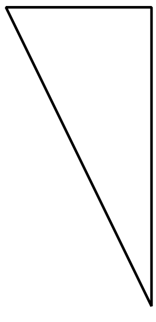
c) 

52. Bestäm arean i hektar med två decimaler för figurena.

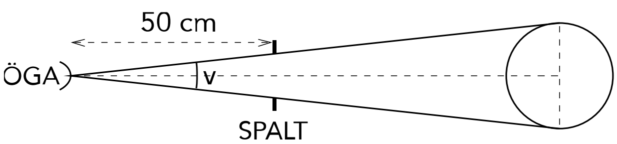
a) 

b) 

53. Bilden till höger är en skiss på ett skogsskifte format som en rätvinklig triangel. Bilden är i skalan 1:20 000.
   a) Använd linjal för att bestämma skiftets areal i hektar. Beräkna sedan hur många ekplantor som ska beställas om området ska planteras med 1 000 ekplantor per hektar. (Vid planteringen blandas sedan ekplantorna med rader av gran.)
   b) Beräkna vinkeln i den nedre spetsen på triangeln.

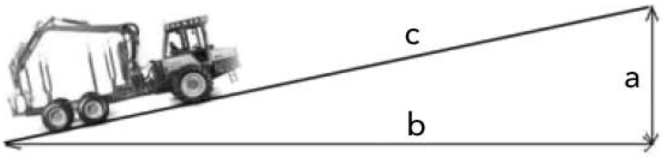


54. Ett relaskop har en spaltöppning på 10 mm och en kedjelängd som gör att spalten vid användning hamnar 50 cm från ögat. Beräkna hur stor vinkeln v är (figuren nedan är inte skalenlig).



6 Lutning

I vissa tekniska tillämpningar brukar man använda begreppet lutningsprocent som mått på en vinkel. Det kan t.ex. handla om ifall en maskin ska orka upp för en backe.

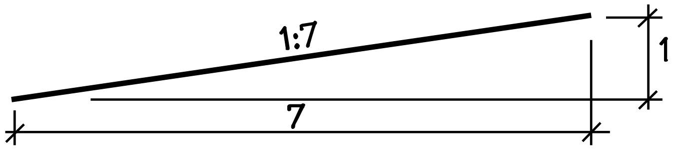


$$\text{Lutningsprocenten} = \frac{\text{Motstående katet}}{\text{Närliggande katet}} = \frac{a}{b}$$

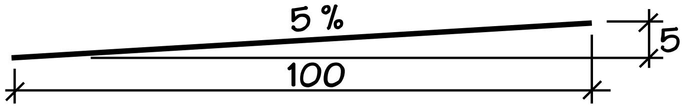
Observera att detta innebär att lutningsprocenten är detsamma som tangens för backens vinkel. I praktiken kan det ofta vara svårt att mäta sträckan b i figuren. I stället kan man då mäta sträckan c. Sträckorna b och c kommer nämligen att vara ungefär lika långa om vinkeln är liten vilken den oftast är i praktiken.

Notera också att i en triangel där a och b är lika stora så kommer lutningsprocenten att bli 100 %.

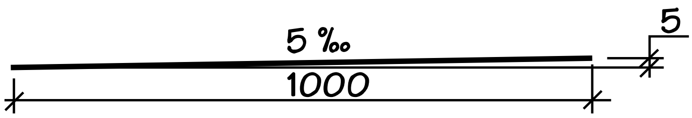
I byggsammanhang anges lutningen på ett antal olika sätt.



Den horisontella längden är 7 och höjden är 1.



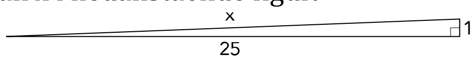
Lutningen är 5 %.



Lutningen är 5 ‰.

Vanlig rekommenderad marklutning från byggnader är 1:20.

Exempel: Bestäm lutningsprocenten och sträckan x i nedanstående figur.



Lutningen = 1/25 = 0,04 = 4 %

Med hjälp av Pythagoras sats får vi den okända sidan x:

$25^2 + 1^2 = x^2$

$x^2 = 25^2 + 1^2$

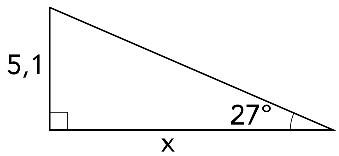
$x = \sqrt{25^2 + 1^2}$

$x \approx 25{,}02$

Här blir alltså hypotenusan nästan precis lika lång som den långa kateten. Vi hade alltså fått svaret 4 % på lutningen även om vi använt hypotenusan i stället för kateten.

Beräkningar

1. Bestäm lutningsprocenten och sidan x i följande figur. (Figuren är inte skalenlig.)

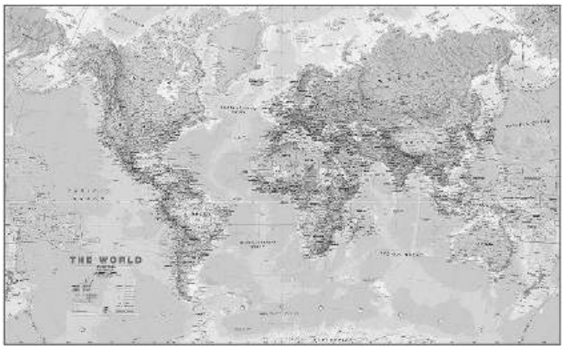


2. Ett tåg kör uppför en 1 km lång backe. Lutningsprocenten är 8 %.
   a) Uppskatta hur många meter högre upp tåget befinner sig vid backens slut.
   b) Beräkna hur många grader backens lutningsvinkel är. Svara på en halv grad när.

7 Kartor

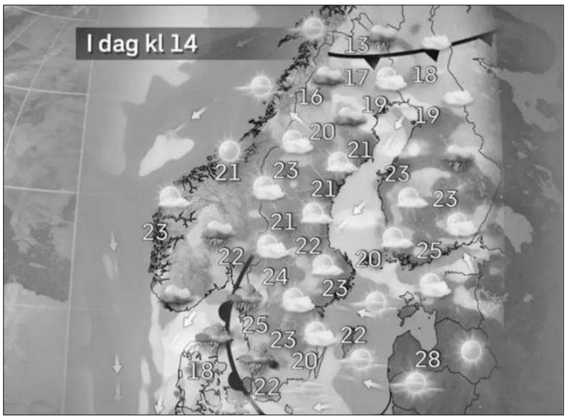
Att kunna läsa kartor är mycket användbart både privat och i arbetslivet. Vi stöter på kartor på flertalet ställen i vardagen. Förutom den mest klassiska man tänker sig, en karta över ett område eller en jordglob, så finns det flera andra kartor som de flesta har sett.

Karta över område

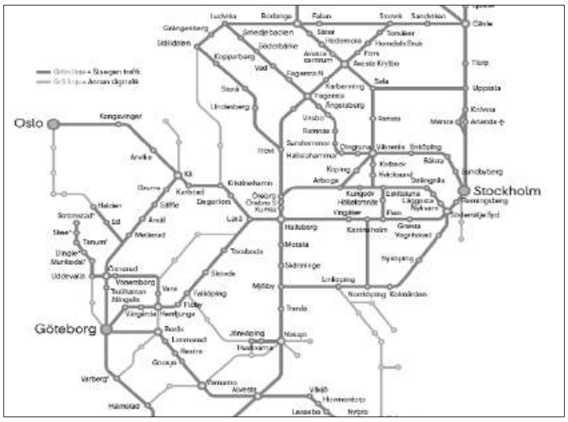


Världskarta

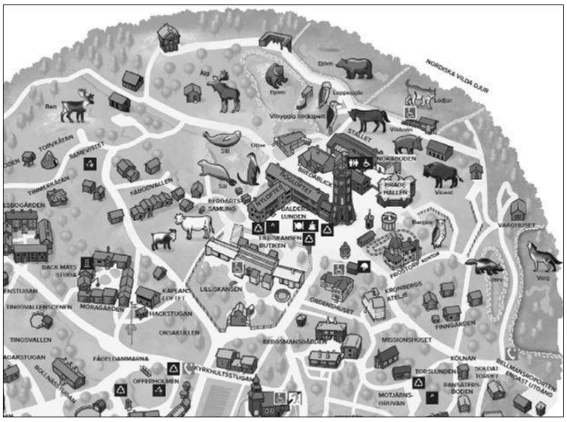
Skattkarta



Väderkarta



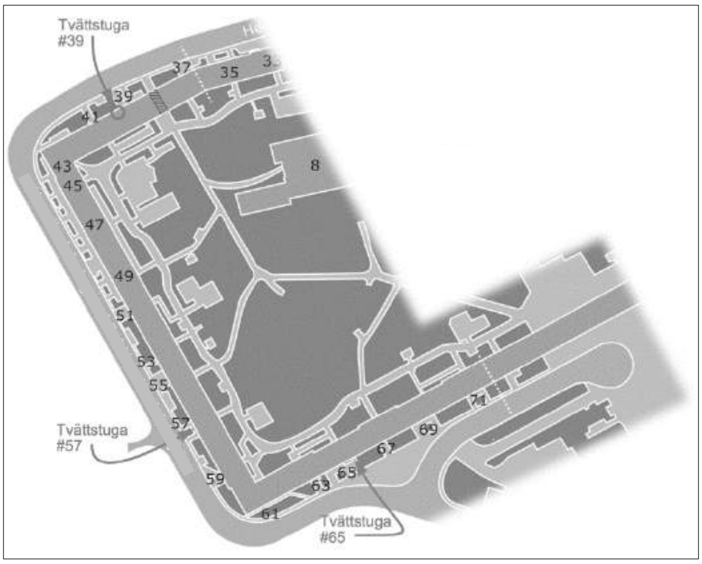
Tågkarta



Djurparkskarta

Vad är en karta?
En karta är en bild av verkligheten uppifrån. Det kan vara en stad, ett land eller till och med hela världen. Kartor visar var saker är och hur de förhåller sig till andra saker. Det kan vara vägar, sjöar, berg eller hus. Kartor är användbara för att veta var du är och hur du kan ta dig dit du vill gå.

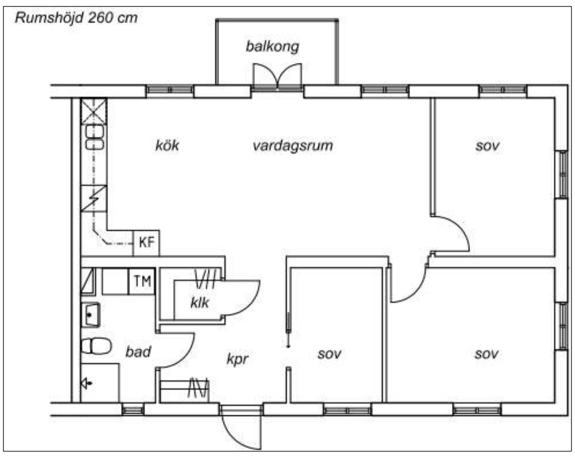
Inom fastighetsbranschen används t.ex. kartor för att ha koll på sitt fastighetsbestånd eller kunna hänvisa hyresgäster rätt vid inflyttning. Här är ett exempel för att visa var tvättstugorna finns i ett bostadsområde.

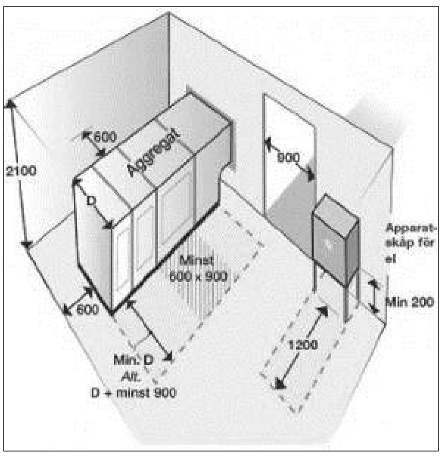


Ritningar
I byggnader använder man en annan sorts karta, nämligen ritningar. Det är också en bild uppifrån som visar verkligheten men ett mycket mindre område.

Det finns t.ex.

3. planritningar som visar ett helt våningsplans planlösning
4. lägenhetsritningar som visar en specifiks lägenhets planlösning
5. ritningar över ventilationsrum eller andra teknikutrymmen
6. m.fl.





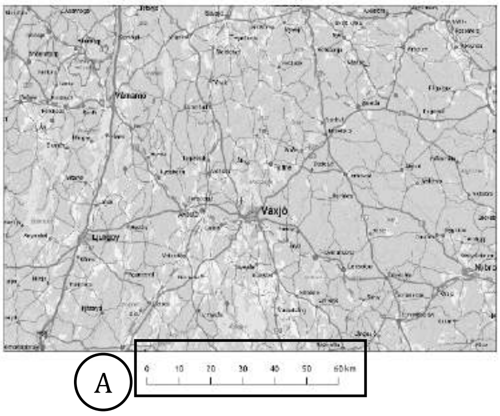
Planlösning lägenhet *Ritning över serviceutrymme*

Skala
När man tittar på en karta är det vanligast att objekten man har framför sig har samma förhållanden till varandra både på kartan och i verkligenheten - kartan har ritats i en skala.

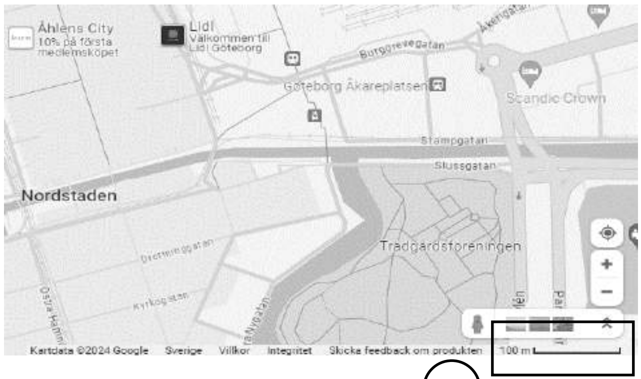
Exempel:
Om en karta är ritad i skala 1:50 (uttal: ett till 50) betyder det att det att verkligheten är 50 gånger större än det du ser på kartan. D.v.s om du mäter med en linjal på kartan och mäter 1 cm, då vet du att verkligenheten är 50 cm.

Om skalan i stället är 1:10 000 (ett till 10 000) vet du att 1 cm på kartan motsvarar 10 000 cm (100 m) i verkligenheten.

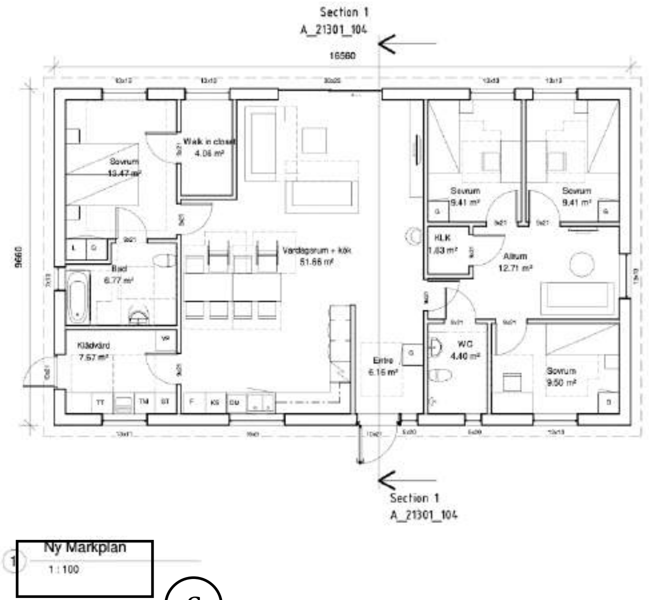
Hur vet man vilken skala som gäller?
Vilken skala som gäller på en karta står i anslutning till kartan. Det kan se ut på lite olika sätt. Här är några exempel:



A



B



C

Kartors skalor är anpassade efter syftet med kartan. T.ex. i bild A är skalan som angivits i enheten km, detta för att kartans syfte troligtvis är för att köra bil mellan olika stadsdelar i Växjö.

Medan i bild B är skalan angiven i m då det är troligare att syftet med kartan är att man vill veta avståndet för att gå till fots.

När det gäller den här typen av kartor som har en egen ”linjal” och inte ett förhållande (t.ex. 1:50) utskrivet, behöver man veta kart-linjalens längd för att kunna ta reda på skalan. Vanligtvis försöker man anpassa så att vid fysisk utskriven karta ska kartlinjalens mått vara 0,5 eller 1 cm. Men i vissa fall stämmer inte det. Ta därför för vana när du ska kolla avstånd på en karta att börja med att mäta kart-linjalen.

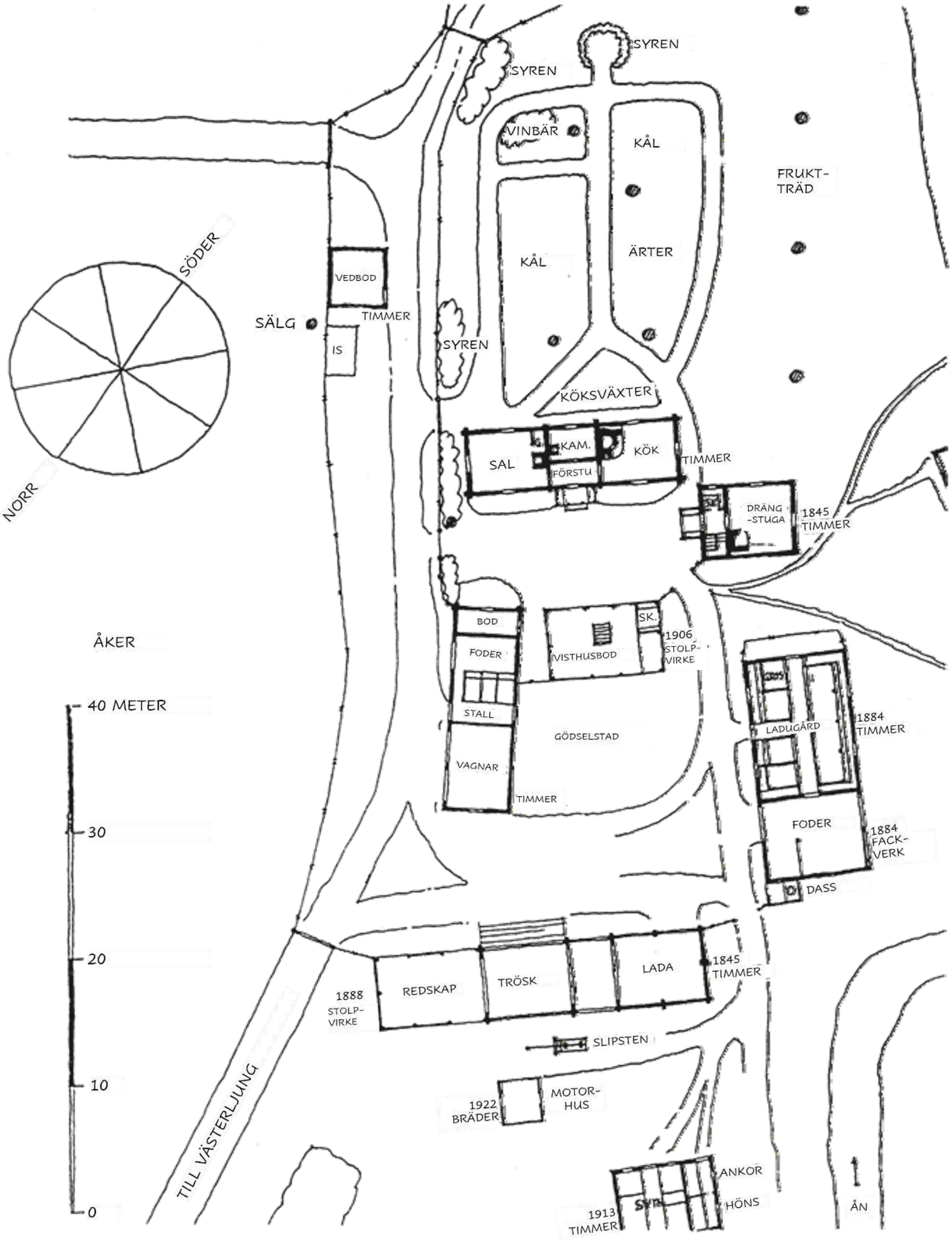
Exempel:
Titta på bild B

Skalan för den här kartan är enligt kart-linjalen: 1 längdenhet = 100 m.
Om du mäter kart-linjalens längd är den ca 1,2 cm. Då vet du att varje 1,2 cm på kartan är 100 meter i verkligenheten.

Mäter du en sträcka på kartan som är 3,6 cm så vet du att sträckan i verkligenheten är 300 m eftersom 3,6/1,2=3, och 3 längdenheter som vardera är 100 m blir 300 m totalt.

Övningsuppgift 1

Tunsäter 1924



Tunsäter gård i Västerljungs socken 1924. För några byggnader anges byggår och byggnadsmaterial.

1. **Vilken av följande byggnader hade en area på cirka 40 m^2 och var byggd av timmer?**
    A. Drängstugan
    B. Ladugården
    C. Vedboden
    D. Visthusboden

2. **Vilket svarsförslag är korrekt avseende Tunsäter?**
    A. Köksväxterna odlades på gårdens norra del.
    B. Ladan var byggd 1884.
    C. Alla byggnader av timmer var från 1800-talet.
    D. Den senast daterade byggnaden var byggd av bräder.

3. **Hur lång är den beskrivna sträckan?**

    Utgå från bostadshusets förstu. Runda husets sydvästra gavel. Följ vägen mellan fruktträd och ärter/kål fram till vinbären och vidare rakt mot bostadshusets sal. Runda därefter husets nordostliga gavel och gå tillbaka till förstun.

    A. 100 meter
    B. 140 meter
    C. 180 meter
    D. 220 meter

8 Tabeller och diagram

Tabeller och diagram används vid presentation av resultat från undersökningar eller för att ställa upp faktabaserade uppgifter. Resultatet av en undersökning skrivs först in i en tabell, och kan därefter göras visuellt tydligare med hjälp av diagram.

Tabeller

Tabeller är ett enkelt sätt att strukturera information med stora mängder data. Man kan givetvis beskriva resultatet av en undersökning i textformat men att ställa upp svaren i en tabell gör oftast svaren enklare att ta till sig.

Exempel 1

Vad gäller för hastighetsbegränsningar i kollektivtrafiken i centrala Göteborg?

Svar i textformat:
”Innanför Vallgraven gäller 30 km/h för spårvagn och buss. Vid hållplatserna gäller 15 km/h. Utanför Vallgraven gäller 50 km/h och vid hållplats 20 km/h. På Götaälvbron är det max 20 km/h.”

Svar i tabell:

Plats	Hastighetsgräns	Hastighetsgräns vid hållplats
Innanför vallgraven	30 km/h	15 km/h
Utanför vallgraven	50 km/h	20 km/h
Götaälvbron	20 km/h	

Även om ovanstående information är ett ganska enkelt exempel kan vi se hur informationen i en tabell blir mer överskådlig och lättare att ta till sig.

Exempel 2
Har du siffror som du vill jämföra är även tabeller ett bra alternativ här.

Vad blir fraktkostnaden?

Information i textformat:
”Vid köp under 250 kr är fraktkostnaden 50 kr, mellan 250 kr och 500 kr är fraktkostnaden 30 kr. Handlar du för över 500 kr är det gratis frakt”.

Information i tabell:

Köpesumma	Frakt
Upp till 250 kr	50 kr
250 kr till 500 kr	30 kr
Över 500 kr	Gratis frakt

Kolumnerna i en tabell visar på någon form av jämförelse eller relation. Har du flera meningar i textformat efter mönstret ”om, så” kan du med fördel använda dig av en tabell i stället för att skriva informationen i text.

Meningen i exemplet ovan är alltså ett typiskt exempel på mönstret ”om, så”. Vid ”om, så”-fall är det viktigt att ”om”-delen bildar den vänstra kolumnen och ”så”-delen den högra.

Alltså:

<u>**Vänster kolumn**</u>	<u>**Höger kolumn**</u>
Om köpesumman är upp till 250 kr	**så** är frakten 50 kr.
Om köpesumman är 250-500 kr	**så** är frakten 30 kr.
Om köpesumman är över 500 kr	**så** är frakten gratis.

Tabellers utseende
Det finns några saker man kan tänka på när man skapar en tabell.

1. Tabellens bredd bör få plats på en och samma sida. Det är svårt att ta till sig information om man behöver skrolla horisontellt eller byta blad för att se vad det står i en kolumn långt ifrån en annan kolumn.

2. Undvik även här allt för långa tabeller. Tanken med tabeller är för att man ska få en god överblick och se hur data förhåller sig till varandra. I en tabell med många rader kan de vara svårt att ta till sig hela innehållet.

3. Även färg och övrig layout på tabellen kan vara till stor hjälp. Eller tvärt om om man gör layout:en fel. Det kan vara lättare att hålla isär rubrikerna och själva datan om man t.ex. gör en fet linje mellan dem, och/eller har en annan bakgrundsfärg på rubrikraden. Det finns många färdiga förslag på nätet gällande tabellers utseende så använda gärna dessa för att se vilken som passar bäst för ditt ändamål.

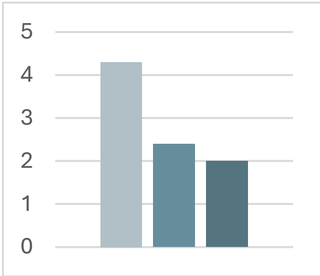
Diagram

Det finns flertalet olika diagram, men gemensamt för alla diagram är de används för att göra data mer tillgängligt och begripligt för den som vill ta del av resultatet.

De flesta diagram visar *ett (1)* förhållande, d.v.s. presenterar *en fråga per diagram*. Vissa mer avancerade diagram kan visa flertalet frågor i samma diagram, men det är på en mer avancerad nivå och inget vi presenterar i det här kapitlet.

Stapeldiagram

Stapeldiagram används när du vill presentera något där du vill jämföra olika kategorier mellan varandra.



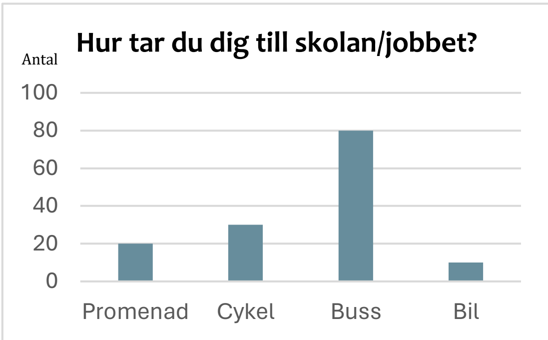
Exempel stapeldiagram

Exempel:

Hur tar du dig till skolan/jobbet?

Svaren presenteras i en tabell till vänster och ett stapeldiagram till höger.

FÄRDSÄTT	ANTAL
Promenad	20
Cykel	30
Buss	80
Bil	10



Om man bara tittar på tabellen till vänster ser man förvisso tydligt att 20 personer svarat promenad, 30 personer har svarat cykel o.s.v. Men det är inte särskilt tydligt hur svaren förhåller sig till varandra utan att läsa igenom alla alternativ och sen analysera respektive svar. Om en tabell i en undersökning har fler än 10 kategorier blir det genast svårt och omständligt att hålla kolla på alla svar för respektive kategori. Då är ett stapeldiagram till stor hjälp.

I stapeldiagrammet jämför man hur staplarna förhåller sig till varandra i höjdled. Som man ser i stapeldiagrammet till höger här ovan ser man snabbt att buss är den absolut högsta stapeln och därmed att det är just buss som är det vanligaste sättet att ta sig till skolan/jobbet.

Cirkeldiagram

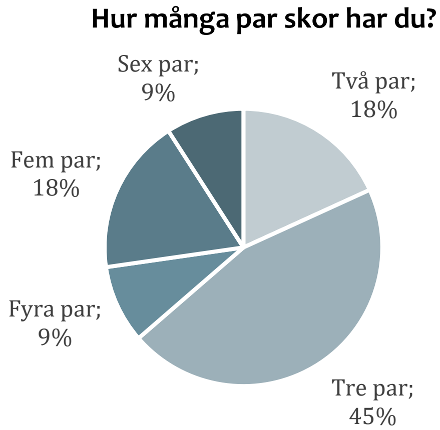
Cirkeldiagram används för att få en bild av hur stor en del är av helheten. Sektorerna i cirkeln motsvarar tillsammans 100 % av resultatet.

Exempel:

Hur många par skor har du?

Svaren presenteras i en tabell till vänster och ett cirkeldiagram till höger.

ANTAL PAR	ANTAL	ANDEL
Två par	2	18 %
Tre par	5	45 %
Fyra par	1	9 %
Fem par	2	18 %
Sex par	1	9 %
Summa	**11**	**100 %**



I det här exemplet har resultatet av undersökningen kompletterats med kolumnen ”andel” som är uträknad efter resultatet lagts in i antalskolumnen.

Andel innebär att se hur stor andel av alla som svarade som har lika många par skor. Andel räknar man ut genom att ta resultatet för en kategori dividerat med totalt antal svarande. För första kategorin där svaret är ”Två par” räknar man ut genom att beräkna
2/11 = 0,18 = 18 %

När man tittar på cirkeldiagrammet ser man snabbt vilken del som är störst. I det här fallet är den största tårtbiten de som svarade ”Tre par”, alltså har de flesta som svarade på undersökningen tre par skor.

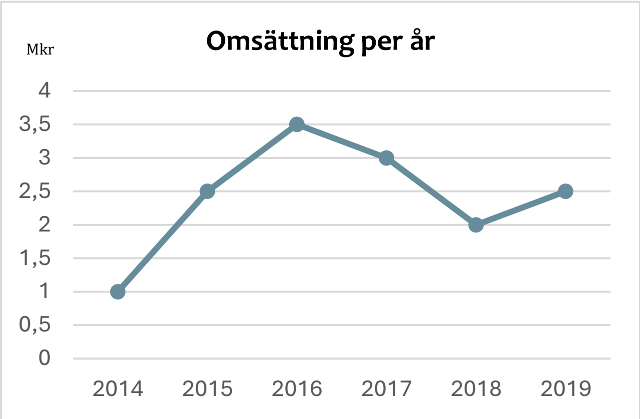
Linjediagram
Linjediagram används för att visa förändring över tid.

Exempel:

Vad var omsättningen för *IT-hackarna AB*?

Svaren presenteras i en tabell till vänster och ett linjediagram med brytpunkter till höger.

År	Omsättning Mkr
2014	1
2015	2,5
2016	3,5
2017	3
2018	2
2019	2,5



I detta exempel kan man genom linjediagrammet snabbt få en uppfattning om det gått bättre eller sämre för verksamheten från år till år.

Del 2 – Svenska

9 Ordförståelse och meningskomplettering

Grundläggande svenskkunskaper är a och o när det gäller kommunikation på arbetsplatsen (förutsatt att svenska är det språk som används på arbetsplatsen). För att kunna kommunicera effektivt krävs därför ett brett ordförråd och god ordförståelse. Genom god ordkunskap blir det både enklare för dig att förstå vad andra menar, men även att det blir lättare för dig att uttrycka dig så andra förstår vad du vill säga.

Ett brett ordförråd också är viktigt för språkförståelsen vilket i sin tur är avgörande för läsförmågan.

De två språkbruken

Språket är huvudsakligen uppdelat i två olika stilar; den ena stilen är ett *informellt språkbruk* och den andra stilen är ett *formellt språkbruk*. Vilken stil man bör välja beror på sammanhang och situation. T.ex. kan styrande faktorer vara målgrupp, miljö och/eller syftet med kommunikationen.

Informellt språkbruk

Till vardags när vi kommunicerar med andra används det som i folkmun kallas ”vardagsspråket”, eller ”talspråket”. Det är ett informellt språkbruk där man nödvändigtvis inte behöver förhålla sig till grammatiska regler såsom meningsuppbyggnader m.m. Det kännetecknas av en avslappnad och vardaglig ton samt innehåller i större utsträckning enklare ord, enklare formuleringar, dialekter och slangord.

I de situationer där talspråket används är det vanligt att den man kommunicerar med har möjlighet att ställa följdfrågor löpande. M.a.o. behöver man inte kommunicera det som är vedertaget utan man kan hoppa över det som är underförstått. Skulle det vara så att samtalspartnern inte förstår kan hen meddela detta direkt. T.ex. genom att använda sitt kroppsspråk, ansiktsuttryck eller ställa följdfrågor. Det är enkelt att där och då utveckla det man menar och sen fortsätta kommunikationen.

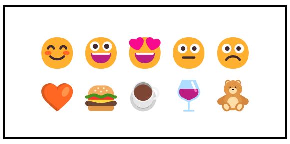
Vardagsspråket används även i skrift, vanligtvis i t.ex. sms och sociala medier, och då är det även vanligt att man använder sig av förkortningar. Eftersom det i vardagsspråket inte finns regler på samma sätt som när man skriver i formella syften är det okej att hitta på egna sammansatta ord och egna förkortningar.

Några vanliga förkortningar i ett informellt språkbruk är:

vgd?	Vad gör du?
nt mkt	Inte mycket
dd? sj?	Dudå? Själv?
lol	Laughing out loud (skrattar högt)
btw	By the way (Jo, förresten)

Det är heller inte ovanligt att man skriver sin dialekt. ”E du go eller?” eller ”Du är la go!”. (Översatt från göteborgska: ”Är du dum i huvudet” eller ”Du är härlig/skön person”.)

I vardagsspråket är det även okej att använda sig av Emojis (tidigare smile-gubbar). En emoji är en liten ikon man kan infoga för att förtydliga sin text. Det kan vara antingen en känsla eller en förstärkning av något slag.



Om man är **<u>glad och nyfiken</u>** och vill fråga vad sin vän gör kan man lägga till en glad emoji	Vad gör du? 😳
Om du däremot är arg och vill **<u>ifrågasätta</u>** vad någon gör kan du i stället infoga en arg emoji	Vad gör du? 😠

Det finns flera tusentals emojis och det finns hemsidor vars syfte enbart är att vara ett bibliotek för emojis.

Formellt språkbruk

Ett formellt språkbruk används när sammanhanget eller situationen kräver hög nivå av professionalism, respekt och artighet. Ska en text eller ett tal publiceras/presenteras offentligt ska detta språkbruk alltid användas. Här krävs god ordförståelse, kunskap kring meningsuppbyggnader samt användande av skiljetecken. Man skriver på rikssvenska samt undviker dialektala ord, emojis och slang-uttrycket. Förkortningar är okej men då gäller att man förhåller sig till de allmänna förkortningar som finns.

Exempel på allmänna förkortningar är:

o.s.v.	Och så vidare
t.ex.	Till exempel
d.v.s.	Det vill säga
m.a.o.	Med andra ord
fr.o.m.	Från och med

Det formella språkbruket i skrift används vanligtvis där mottagaren ska kunna ta hjälp av texten för att lära sig något eller ta till sig fakta. T.ex. informationsposter, förfrågningsunderlag, instruktioner, extern mejlkommunikation, texter som publiceras i tidningar/på nätet, m.fl.

När man skriver en text med formellt språkbruk är det nästan synonymt med att den som är tänkt att läsa texten inte ska behöva ställa några följdfrågor. Därför är det av stor vikt att författaren även har förmåga att föreställa sig vem mottagaren och ha denne i åtanke under tiden texten kommer till.

Exempel:

Vilken färg har solen?

1. Solen, som är en celest ljuskälla, exponerar en polykromatisk karaktär. Dess ljusspektrum är genomkorsat av olika våglängder, avslöjar en tonal mångfald där blå och violetta strålar prominent framträder. Atmosfäriska interaktioner yttrar sig i en varierad vit färgskala, förstärkt av gulaktiga och rödaktiga undertoner.

2. Solen verkar vit, men har faktiskt alla regnbågens färger. Atmosfären gör att den kan se gul ut vid solnedgången. Solen är vit på grund av blandningen av alla färger, men atmosfärens effekter ger den olika nyanser under dagen.

Vilket svar passar bäst tycker du?

Faktum är att båda svaren kan vara rätt. Det beror på helt och hållet vem mottagaren är. Om syftet är att skicka texten till en professor i astronomi så kan alternativ 1 läsas utan hinder.

Däremot om en elev på mellanstadiet ska läsa texten passar alternativ 2 mycket bättre. I alternativ 1 kommer sannolikt inte ens första meningen kunna tolkas.

Kort och gott gäller att du anpassar din text för den som ska ta till sig informationen. Poängen med texten är trots allt att du vill bli förstådd.

Något mitt emellan

På arbetsplatsen är det vanligast att ett språkbruk åt det formella hållet är kutym, bortsett från viss kommunikation med kollegorna; T.ex. vid personliga e-postmeddelanden eller internt på arbetsplatsen. Dock brukar man använda sig av båda språkbruken och blanda det formella och informella så det passar mottagaren; Att skriva korrekt svenska men lägga till personliga uttryck och kanske någon emoji är inte ovanligt.

Hur vet man vilken språkstil man ska välja?

Om man inte har någon aning om vilket språkbruk som ska användas är det en god idé att börja med ett språkbruk som mer formellt än vad man tror passar. Från mottagarens sida framstår du då som mer professionell och ansvarstagande än om du skriver genomgående med gemener och använder emojis i stället för skiljetecken. Om mottagaren svarar ”Kan du lätta upp texten något?” är det enkelt att justera detta. Eller om du skickar ett mejl och du får ett svar där språkbruket är mindre formellt än det du använt så kan du härma det.

Vet man inte vad som passar kan man helt enkelt observera hur andra gör eller fråga någon som varit på arbetsplatsen en längre tid. Du kan läsa texter som dina kollegor skrivit eller undersöka om det finns någon riktlinje i företaget som beskriver hur anställda ska uttrycka dig.

Vikten av ett brett ordförråd i skolan

Det är extra viktigt att ha en god ordförståelse när man ska lära sig någonting nytt. Om du behöver avbryta din läsning/inlärning i tid och otid för att kolla upp vad ord betyder blir inlärningen betydligt svårare och det finns risk att du tappar motivationen.

Tips för att lära sig nya ord

- Att **läsa texter och lyssna på när andra talar** är enklaste sättet att lära sig nya ord i vardagen.
- Att kontinuerligt **läsa eller lyssna på böcker** är ett bra sätt att hela tiden bibehålla och utveckla sitt ordförråd.
- **Skriv ner samtliga ord du inte förstår** och kolla upp vad de betyder så du till nästa gång får ett bättre läsflyt.
- **”Plugga glosor”.** Se även till att använda dina nya ord när du kommunicerar med andra så du förstår dess fullständiga betydelse.
- **Läsa ”svåra texter”.** Det kan vara seriösa tidningar och magasin som fokuserar på ekonomi, naturvetenskap eller forskning. Dessa typer av texter finns att hitta på internet eller i bibliotek.
- När du stött på ett ord som du behövt slå upp; **slå upp synonymer** till ordet. Att förstå ett ord på ”flera sätt” gör det lättare att komma ihåg än att bara ta reda på defenitionen av ordet.

Tips! Vid inlärning av nya ord bör du inte begränsa dig till ett enskilt ämne utan hellre välja texter med olika inriktning så du får en bred ordförståelse snarare än spetsordkunskap inom ett enskilt område.

Metoder att förstå okända ord

När man lär sig nya ämnen och kanske t.o.m. går in i en ny bransch är det inte ovanligt att stöta på fackord. Om du stöter på ett ord som du inte känner till finns flera sätt att ta reda på det:

- **Kontext:** Kanske har du hört ordet i en mening sedan tidigare? Försök återskapa meningen i huvudet och se om meningen i sin helhet kan ge dig ledtrådar till vad ordet betyder.
- **Lånade ord:** Många ord i svenskan är låneord från andra språk. Se om du kan komma på ett ord på engelska (eller något annat språk) som påminner om ordet på svenska och översätt det sen.
  T.ex. Vad betyder konklusion? ”Hm, på engelska finns ett ord som är väldigt likt, nämligen conclusion. Det betyder slutsats eller slutledning!”
- **Dela upp ordet:** En del ord, särskilt många komplexa ord kan delas upp i flera ord. Kanske du kan förstå en del av ordet och därmed lista ut vad det betyder. T. ex. Kanske = Kan ske.
- **Googla det:** Använd sökmotorer som Google för att snabbt få en förklaring av ordet.
- **Använd en ordbok:** Använd en fysisk ordbok eller använd en online-ordbok för att slå upp ordet och få dess definition.
- **Fråga någon:** Om du har kollegor eller vänner i närheten, kan du fråga dem om betydelsen av ordet.

Övningsuppgift

1. Skriv en fullständig mening för respektive uppgift där ordet i uppgiften ska ingå på minst ett ställe:
    a) Utfall
    b) Sediment
    c) Profession
    d) Producera
    e) Kapacitet
    f) Praktisk
    g) Bilda
    h) Antaga
    i) Kondens

2. Förklara följande ord:
    a) Ingående
    b) Förankra
    c) Utsätta
    d) Kraft
    e) Flöde
    f) Massa
    g) Teoretisk
    h) Konkret
    i) Existera

Meningskomplettering

Ett brett ordförråd och kunna många synonymer är även viktigt när man behöver justera texter. Det kan antingen handla om att göra en text mer eller mindre formell. Eller kanske texten har ett bra språkbruk men syftet måste förtydligas eller tonaliteten ändras.

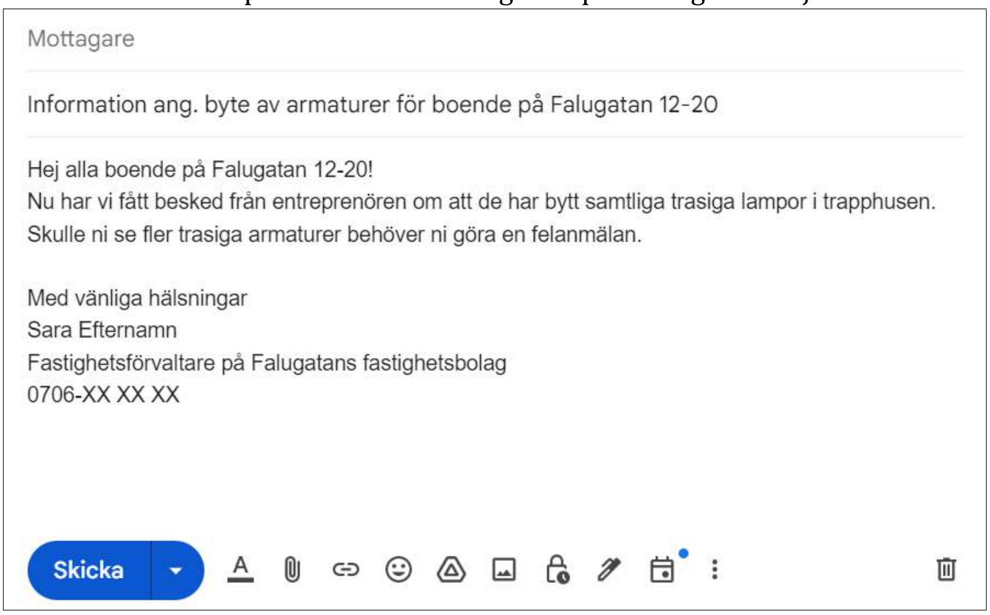
Meningskomplettering handlar om att kunna passa in ord i olika sorters texter och sammanhang och för det krävs en förståelse vad ord betyder.

Exempel:
En fastighetsförvaltare på Falugatans fastighetsbolag ska skriva ett mejl till de boende i sitt fastighetsbestånd att projektet: *Bytet av lamparmaturer nu är avslutat.*

Om man använder ”vardagsspråket” som språkbruk när man skriver mejl ser det ut så här:

Även om det här mejlet innehåller den mest väsentliga informationen kan mejlet uppfattas suspekt. Som mottagare vet man knappt om mejlet ens är avsett för en själv. Det står heller inget mer än ett förnamn som avsändare så det är svårt att veta vem det är ifrån.

Med ett förbättrat språkbruk och meningskomplettering kan mejlet i stället se ut så här:



Det nedre exemplet uppfattas professionellt tack vare komplett information, bra meningsuppbyggnader samt en mejlsignatur som tydligt visar att mejlet kommer från någon som jobbar hos hyresvärden.

Övningsuppgift

Välj det alternativ som passar i luckan. Där meningen innehåller två luckor så ska båda svaren i alternativet passa in.

Tips

- *Läs först hela meningen utan att kolla på alternativen. På så sätt har du möjlighet att förstå innehållet och gissa rätt svar innan du ser svarsalternativen.*
- *När du valt ditt alternativ läs igenom meningen med ditt valda svarsalternativ och se så meningen flyter och låter rimlig.*

3. Diskbråck i ländryggen kan påverka nervrötterna i ryggen och ge utstrålande smärta i benet, även kallad ____.
   a. artros
   b. ischias
   c. skolios
   d. whiplash

4. Albumet innehåller popmusik i gränslandet mellan ringsignaler och pojkbandspop, med en hållbarhet sämre än en liter mjölk. Man kan nynna varenda refräng efter två genomlyssningar, och man är ____ på dem efter fem.
   a. såld
   b. utled
   c. insnöad
   d. ledsam

5. Det troliga är att valen ____ individernas talanger, det vill säga de väljer den utbildning som passar dem bäst.
   a. kompletterar
   b. framhäver
   c. avspeglar
   d. förstärker

6. Eftersom oxytocinsystemet i grunden är ett däggdjurssystem innebär det stora fördelar att forska om djur och människor ____. Alla däggdjur reagerar precis likadant. Stryker man en råtta på magen cirka fyrtio gånger per minut sjunker blodtrycket och ____ stresshormon minskar.
   a. alternativt – procenten
   b. experimentellt – graden
   c. selektivt – andelen
   d. parallellt – halten

7. Att vara hemarbetare kan verka soft, en Solsidetillvaro med touch av Maria Montazamis liv med tofs-shopping och vänninnepartyn. (Även om hon ____ är en business-kvinna, som slår mynt av bilden av sig själv.)
   a. ad hoc
   b. inkognito
   c. in spe
   d. de facto

8. Det enda sättet för mig som barn att kunna bryta in i samtal var att säga något kul. Det började med att jag en gång oavsiktligt sade något ____ som fick samtalet att tystna. Från den stunden insåg jag att skämt gav mig ____ de vuxnas konversation.
   a. spontant – förtroende för
   b. ironiskt – inblick i
   c. dråpligt – tillträde till
   d. lakoniskt – övertag över

9. Kemisk intolerans innebär att man får kraftiga symptom av vardagliga lukter som andra inte reagerar på. ____ liknar astma och allergi, men de kemiskt intoleranta ____ inte med ökad histaminfrisättning.
   a. Diagnosen – utsöndras
   b. Förloppet – hotas
   c. Symptomen – insjuknar
   d. Åkomman – reagerar

10. Stora delar av världens befolkning är analfabeter och ____ en skriftlig berättartradition. Romankonsten är ju en relativ nymodighet jämfört med det ____ berättandet och musiken.
    a. avvarar – traderade
    b. saknar – muntliga
    c. förmedlar – traditionella
    d. behöver – uråldriga

11. Floder som rinner över en slätt har en ____ att anta ett ____ lopp i meanderbågar. Skarpa krökar kan ____ till korvsjöar.
    a. förmåga – krökt – strömma in
    b. benägenhet – slingrande – snöras av
    c. tendens – förnyat – mynna ut
    d. fördel av – strömt – skäras av

12. Träning spelar roll för skelettets uppbyggnad. Minst en halvtimmes fysisk aktivitet 2–3 gånger i veckan kan ge bättre bentäthet, och för kvinnor som har passerat klimakteriet finns ____ att fysisk träning kan förhindra ____.
    a. argument för – inaktivitet
    b. reaktioner på – benskörhet
    c. belägg för – frakturer
    d. resultat på – överansträngning

10 Läsförståelse

Oavsett vilket yrke man har är läsförståelse en viktig färdighet. Från att läsa och förstå arbetsrelaterade dokument till att kommunicera med kollegor och kunder är det en viktig del av de flesta jobb. Precis som när man skapar texter bör man även för god läsförståelse sikta på att kontinuerligt utveckla sitt ordförråd, detta då det är ett av verktygen för att effektivt kunna analysera texter.

Att redan ha ett brett ordförråd och läsa många böcker, artiklar och andra texter är dock inte synonymt med att ha god läsförståelse. För god läsförståelse måste man även kunna tillämpa läsförståelsestrategier; medvetet eller omedvetet.

En person med god läsförståelse använder strategierna omedvetet medan en person med svag läsförståelse kan behöva ta hjälp av stödfrågor för att få svar på frågor såsom

- vilken typ av text är det?
- till vem texten är skriven?
- hur ska texten läsas?

Läsförståelsestrategier

Läsförståelse handlar om att kunna analysera en text och förstå syftet med texten. För att få hjälp med att bena ut syften finns det olika läsförståelsestrategier. Några strategier som är särskilt viktiga dessa:

1. **Att göra inferenser** eller att ”läsa mellan raderna” innebär att man kan kopplar ihop olika delar/ledtrådar av texten och kopplar samman detta till en förståelse eller en inre bild. Vid en inferens tar man även med sådant man känner till sedan tidigare och som finns i ditt minne. Inferens betyder ”slutledning under osäkerhet”.

2. **Att övervaka den egna läsförståelsen** gör man genom att ställa förväntningar på texten. T.ex. kanske du läser ett stycke med rubriken ”Varför är tomater röda?”. När du läst klart stycket; har du förstått texten och därmed fått svar på frågan?

3. **En känsla för berättelsestrukturen** är viktigt då man t.ex. genom olika stilar på rubricering kan ta del av om stycket är
    - en huvudrubrik,
    - en områdesrubrik
    - en underrubrik.

   En huvudrubrik presenterar nästkommande text, vad ska detta textstycke handla om? Ett stycke med en områdesrubrik har syftet att generellt beskriva ett område av information, medan en underrubriks innehåll är med nischat/detaljerat.

Exempel inferens
När man gör en inferens är det viktigt att inte endast ställa sig frågor om direkt fakta från texten.

”Kalle satt på trappan och grät. Bredvid honom låg den nya cykeln med vridet styre.”

I stället för att fråga var Kalle satt, eller vad han gjorde kan man t.ex. fråga ”Varför grät Kalle?”. Texten ovan ger ingen direkt förklaring till detta, men den som lärt sig göra inferenser kan göra olika gissningar om varför Kalle gråter.

Svag läsförståelse
En person med svag läsförståelse vet inte alltid om det. Den personen märker inte om hen har förstått det hen läst eller inte. En svag läsare planerar inte sin läsning, har svårt att återberätta innehållet med egna ord och kan inte skilja på vad som är viktigt eller oviktigt i en text. Hen ställer heller aldrig några frågor till texten eller använder några andra läsförståelsestrategier. Dessutom har hen svårt att koppla ihop det hen redan vet med det hen precis läst för att göra en inferens.

Träna din läsförståelse
Läsförståelse utvecklas inte automatiskt genom läsning utan behöver aktivt kompletteras med systematiska, medvetna och direkta strategier. Om man läser mycket och har bra läsflyt är det lätt att tro att man har god läsförståelse, men det kan helt enkelt handla om att man fastnat i en bekvämlighetsnivå och inte längre utmanar och utvecklar sig.

Däremot om man har en svag läsförståelse blir man inte enbart hjälpt av att läsa ”svåra texter”. Man behöver i stället lägga sig på en nivå där man har bra läsflyt och ta hjälp av en strategi för att förstå texten. Det viktigaste är att öva!

Exempel på övningar på för att träna upp läsförståelsen

- **Aktivera bakgrundskunskapen**
  Titta på bokens pärm, rubrik, innehållsförteckning m.m. och försök förutsäga textens innehåll på förhand

- **Planera och övervaka läsningen**
  Sätt ett mål för läsningen, pausa för analys om texten, följ upp läsningen genom att ställa frågor om texten (se lathund på nästa sida)

- **Identifiera huvudbudskapet i en text samt sortera bort oviktig information**
  Analysera; genom att träna understrykningar, anteckningar och mindmap på basis av texten

- **Ta ställning till hur den nya kunskapen kan användas i fortsättningen**
  Vid vilka tillfällen/situationer kan det vara bra att ha lärt dig det du precis läst?

- **Öva!**
  Ta del av särskilt framtagna övningsuppgifter för förbättrad läsförståelse (finns t.ex. på internet) där övningsfrågor finns med som en övningsuppgift.

Lathund: Läsförståelsestrategi

När man ska analysera en text kan man ta hjälp av frågor att ställa sig med texten i åtanke. Efter en tid behöver man längre inte ha lathunden utan målet är att detta sker spontant.

Syfte och genre

Före läsningen	Under läsningen	Efter läsningen
Vilken typ av text är det?	Är texten lätt att följa?	Vad tror du är bakgrunden till texten? Varifrån tror du författaren fick idén till den här texten?
Vem tror du författaren vill ska läsa den här texten?	Känner du igen något av innehållet i texten? Är ämnet bekant?	Vad tror du författaren vill säga med sin text?
Hur ska vi läsa den här texten?	Är det något du hakar upp dig på?	Gick det snabbt eller långsamt att läsa? Var den lätt eller svår?

Innehåll

Före läsningen	Under läsningen	Efter läsningen
Vad tror du texten handlar om?	Finns det något du reagerar på speciellt i handlingen? Kan man spekulera och förutsäga förloppet?	Reflektera. Vad handlade texten om? Var det som du trodde? Vad tycker du om handlingen?
Vilka personer handlar det om?	Ställ hypotetiska frågor till karaktärerna. Är det något särskilt du undrar?	Vem var den styrande personen i texten? Hur agerade/kände/tyckte hen?
Hur är språket och orden?	Markera och notera ord du inte förstår. Slå upp dessa, se om det låser upp nytt innehåll i texten	

Textstruktur

Före läsningen	Under läsningen	Efter läsningen
Hur är texten uppbyggd? Finns innehållsförteckning?	Hur går det att läsa texten?	Vilken del av texten tycke du bäst/sämst om?
Vad säger rubriken? Vad säger inledningen om texten?		Hjälpte rubrikerna och eventuella stycken till att göra händelseförloppet i texten tydlig?
Finns illustrationer? Vad säger dom om texten?		Kompletterade illustrationerna texten?
Finns det sammanfattningar eller nyckelord som kan guida dig?		Hade du någon nytta av marginalerna.
	Anteckna egna nyckelord och sammanfattningar i marginalen.	Hjälper dina anteckningar dig att förstå helheten av texten?

Tips
Testa att använda lathunden på tidningsartiklar och andra texter som du stöter på i vardagen.

Övningsuppgift 1

KRÖNIKA | Översiktsplanerna har inte lyckats analysera och ta höjd för den kraftiga tillväxten som svenska städer har idag. Det leder till brister som saknad infrastruktur och underskott av skolverksamheter. Dessutom är underhållet av äldre fastigheter kraftigt eftersatt. Det menar Jan Jörnmark, docent i ekonomisk historia.

För fyra år sedan drogs jag oväntat in i politiken, vilket sedan hastigt ledde till att jag blev ledamot i både byggnadsnämnden och allmännyttans styrelse här i Göteborg. För en person som aldrig ens tänkt tanken på att gå med i ett politiskt parti var det en ganska omvälvande uppgift. Det har varit oerhört lärorikt och tvingat mig till att reflektera kring hur städer växer på ett annat sätt än jag gjort tidigare.

När jag skulle vara med på mitt första byggnadsnämndsmöte tänkte jag att ”jag får väl åka ut och titta på var det ska byggas”. Så jag hyrde en bil och körde ut till ett område på Hisingen där jag – trots att jag bott fyrtio år i Göteborg – aldrig tidigare varit. Det som mötte mig i Hjuvik kom därför som en smärre chock: det som fanns därute var ett större område som i stort sett hade byggts de sista 20–25 åren.

Jag har därefter systematiserat resorna före varje byggnadsnämnd. Eftersom Göteborg är en utbredd kommun innebär det att jag kör cirka 5–10 mil före varje sammanträde. Det har gett mig chansen att systematisera intrycken, när jag upptäckt att det vimlar av liknande stadsdelar: sedan 1990 har Hjuvik mer än fördubblats, Nolered ökat med 50 procent och Björlanda i det närmaste tredubblats. I sydväst ser det ut på ett liknande sätt och både Hovås och Billdal har växt med siffror kring 50 procent.

Länsstyrelser och domstolar driver idag PBL:s anpassningskrav mycket hårdare än tidigare.

Alltihop är en effekt av den förändrade bostadspolitiken efter avsubventioneringen 1993: när subventionerna togs bort blev byggandet orienterat mot de områden där efterfrågan var starkast. Att det lett till ett tryck in mot centrum i de större städerna har varit välkänt, men det fenomen som man kan se runtom Göteborg är mer okänt. Det som syns i områden som Hjuvik, Björlanda med flera är att efterfrågan också är oerhört stark i äldre villa- och sommarstugeområden med havsnära lägen.

Men precis som det under de sista tio åren dykt upp fler och fler hinder för förtätning i centrala städer växer hindren för förtätning i villaområden: länsstyrelser och domstolar driver idag PBL:s anpassningskrav mycket hårdare än tidigare. Inte minst är det en effekt av de stegrade värdena: när priset på en normalvilla i de mest attraktiva områdena stigit från 3–4 till 10– 15 miljoner har de värden många anser att det är värt att försöka skydda från nya grannar ökat drastiskt.

Utvecklingen kräver en ny politik.

Lyfter man sedan blicken ser man att tillväxten i Göteborg, Stockholm och andra större städer varit starkare sedan början av 1990-talet än den var under de så kallade ”rekordåren”. Göteborg har till exempel växt med 150 000 invånare de senaste 30 åren, vilket kan jämföras med en total ökning på 60 000 mellan 1950 och 1990. Siffrorna för andra städer ser ut på liknande sätt.

Men i motsats till hur det var tidigare finns det inga sammanhållna planer för utvecklingen. Några jättelika systematiska utvecklingar av Angered, Tensta eller Rosengårdsliknande områden existerar inte. Sett i det perspektivet är snarare de senaste tre decenniernas stadsbyggande synnerligen lyckat, för vi har trots allt klarat av att bygga på ett sådant sätt att dessa unikt snabbväxande städer hållit ihop och fortsatt vara socialt och ekonomiskt acceptabla att bo i.

Men för att det stadsbyggandet ska kunna fortsätta på ett acceptabelt sätt krävs nu flera saker. På nationell nivå behövs ett genomgripande arbete med att reformera och effektivisera planlagstiftningen och dess förhållande till riksintressen av olika slag. De konflikter som låg latent i lagsystemen var länge ganska osynliga, men de sista 10–15 åren har det blivit uppenbart att snart sagt all fortsatt förtätning är behäftad med mycket stora problem. Samtidigt håller det också på att ta slut på de nedlagda varvs- och industriområden som tidigare kunde fungera som räddningsplankor för stadsbyggandet.

När PBL skapades blev översiktsplanen den fula ankungen, som ingen egentligen brydde sig om.

På kommunal nivå krävs också en mycket stor skärpning av översiktsplaneringen. När PBL skapades blev översiktsplanen den fula ankungen, som ingen egentligen brydde sig om. Översiktsplanen fick ingen formell legal plats, vilket gjorde att all utveckling under den dynamiska tiden efter 1990 i praktiken styrdes av detaljplanerna. Samtidigt som klagomålen på ”frimärksplanering” nästan omedelbart hördes, blev översiktsplanerna standardiserade önskelistor om ”hållbarhet”, ”jämställd stad” och liknande fraser som sedan saknade praktisk betydelse när detaljplanerna rullade vidare.

Eftersom översiktsplanerna misslyckats med att analysera och ta höjd för den kraftiga tillväxten har vi idag svenska städer som i många fall uppvisar allvarliga brister vad gäller på infrastrukturutbyggnad och som har motsvarande underskott för skolverksamheter. Ett annat problem är att den snabba utbyggnaden lett till att de äldre fastigheterna och verksamheterna eftersatts. Underhållsskulden är betydlig, vilket skapat ett stort utrymme för de nya välfärdsföretagen.

Inget av det jag skrivit här är några nyheter, men det som nästan alltid saknas är helhetsbilden av det som hänt. Lyfter man blicken dit inser man också hur stort reformbehovet är idag. Och som jag ser det skapar det en helt ny kravbild på våra politiker, både på kommun- och riksnivå.

Frågor

1. Vad anser Jan Jörnmark är orsaken till att det finns ett underskott av skolverksamheter och avsaknad av infrastruktur?
2. Hur beskriver Jan sin upplevelse av att gå med i ett politiskt parti?
3. Vad menar Jan är konsekvenserna av avsubventionen 1993?
4. a) Vilket eller vilka är det huvudsakliga problemen Jan vill belysa i sin krönika?
   b) Presenterar han några lösningar på de problem han lyfter

Övningsuppgift 2

Ursäktens betydelse

Korruption, fusk med livsmedel och tvivelaktig marknadsföring i utlandet. Företagen har gott om saker att be allmänheten om förlåtelse för. Men skälen att göra det är inte bara moraliska. Att utstå kritik och förlöjligande genom att be om ursäkt kan gynna företagen ekonomiskt. Om det gör ont. Det framgår av forskningsresultat som sammanställts i ett blogginlägg från Centre for Economic Policy Research. Bland annat har börsbolag som ursäktar dåliga resultat ett högre börsvärde ett år senare, och läkare som ber om ursäkt för vårdmissar undgår i större utsträckning att bli stämda. Svenska bolag har dock en del att jobba med när det gäller att kommunicera sitt ansvar för skandalerna de är inblandade i, enligt Peter Norberg, forskare vid Handelshögskolan i Stockholm. – Många ursäkter vi får av företagen i dag är inte vatten värda. Det är endast om ursäkten är smärtsam som den har någon betydelse. Är det bara någon vältalig kommunikatör som sitter och ler i en vadderad tv-soffa så gör det inte särskilt ont, det blir bara marknadsföring. En del i den problembild Norberg beskriver är att de krishanterande svenska bolagen följt amerikanska exempel – att antingen tiga ihjäl kritiken eller lägga sig platta inför den. Det är ohederligt tycker han, eftersom man då undviker att förklara företagets, kanske i grunden legitima, skäl att handla som det har gjort. I verksamheten tvingas storföretagen hela tiden göra avvägningar. Det kan till exempel, som när Ikea kritiserades för att ha retuscherat bort kvinnor från den saudiarabiska versionen av sin katalog, handla om att vikta intresset av jämställdhet mot behovet av anpassning till marknaden i ett kontroversiellt land som man försöker etablera sig i. Ikeas hantering av katalogen var ett exempel på när företag lagt sig platta för kritiker, enligt Norberg. Ett annat är köttskandalerna i livsmedelsindustrin. – Ica vill inte prata om de snäva marginalerna och att alla som driver en Ica Maxi-butik vill ha en Ferrari. Man vill upprätthålla ett sken av att problemen är olyckshändelser som inte kommer att upprepas. Att omedelbart be om ursäkt när man kritiseras kan vara ett sätt att snabbt tysta kritikerna och sätta stopp för ett mediedrev. En sådan ursäkt sitter inte tillräckligt långt inne för att bli smärtsam för ursäktaren. För det krävs snarare att företaget går med på att betala skadestånd eller öppna upp för granskning av sina snedsteg, enligt Norberg.

Sebastian Orre

1. **Vad bör kritiserade företag undvika, enligt Peter Norbergs resonemang?**
   A. Att öka insynen i företaget.
   B. Att direkt ge kritikerna rätt.
   C. Att redovisa sina motiv.
   D. Att utlova ekonomisk kompensation.

2. **Vad framhåller texten som orsak till de så kallade köttskandalerna?**
   A. Företagens risktagande i jakten på lönsamhet.
   B. Företagens underskattning av kundernas värderingar och krav.
   C. Företagens tilltro till amerikanska metoder för krishantering.
   D. Företagens rutiner vid hantering av oförutsedda händelser.

Facit

KAPITEL 2a

Formler och ekvationer, sidan 16–18

1. x = 17
2. x = 12
3. x = 20
4. x = 5
5. x = 10
6. $\frac{2x}{3}+\frac{x}{6}=10$ → $\frac{4x}{6}+\frac{x}{6}=10$ → $\frac{5x}{6}=10$ →

   5x =60 → x = 12
7. $\frac{(x+2)}{3}=1$ → x + 2 = 3 → x = 1
8. x ≈ 15,9
9. 3(2x – 5) = 45 → 6x – 15 = 45 → 6x = 60 → x = 10
10. 5 000 kr
11. x + x + 20 = 730 → 2x = 710 →

    x = 355 och 355 + 20 = 375
12. 90 000
13. Conny $\frac{12}{32}$ av 640 = 240 kr

    Lars Evert $\frac{20}{32}$ av 640 = 400 kr
14.

	Nu	Om 15 år
Jon	x	x +15
Far	x + 25	2(x + 15) och x + 25 + 15

    2(x + 15) = x + 40 →

    2x + 30 = x + 40 → x = 10

    Svar: 10 och 35 år.
15. a) x = 7 b) x = 5,5 c) x = 1,2
16. a) x = 21 b) x = 18
17. x = 1,1
18. a) $t = \frac{s}{v}$ b) $t = \frac{v - v_0}{a}$

    c) $R = R0\ (1 + \alpha \times t)$ → $\frac{R}{R_0} = 1 + a \times t$ → $\frac{R}{R_0} - 1 = \alpha \times t$ Svar: $\frac{\left(\frac{R}{R_0} - 1\right)}{\alpha} = t$

    d) $c = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 / L$ e) $V_2 = \frac{P_2 \times T_2 \times V_1}{P_1 \times T_1}$
19. $P = \frac{b}{5 - a}$
20. 8 750 kr
21. 300 st
22. 113,2 km/h
23. 25 g
24. a) 10,9 m/s b) 15,1 m
25. 3
26. 331 Ω
27. a) x = 6 b) x = 20 c) x = 10
28. a) x = 27 b) x = 11 c) x = 29
29. a) x = 21 b) x = 65 c) x = 40
30. a) x = 4 b) x = 5 c) x = 2,5
31. a) x = 18 b) x = 80 c) x = 15
32. a) x = 77 b) x = 100 c) x = 4
33. a) x = 1,5 b) x = 120 c) x = 119
34. a) x = 99 b) x = 13,5 c) x = 23
35. a) x = 4 b) x = 75 c) x = 0
36. a) x = 160 b) x = 7,5 c) x = 2,5
37. a) x = 7 b) x = 5 c) x = 4
38. a) x = 10 b) x = 6 c) x = 200
39. a) x = 7,5 b) x = 1 c) x = 2,4
40. a) x = 15 b) x = 6
41. a) x = 3 b) x = 12
42. a) x = 40 b) x = 4
43. a) 7 b) 14
44. 126 kr
45. a) x = –4 b) x = 0,5
46. a) x = –1 b) x = –2
47. a) x = –3,5 b) x = 0
48. a) x = 2,5 b) x = 0,2
49. 7,5 kg
50. a) 335 kr b) 515 kr c) 5 dagar d) 9 dagar
51. a) x = 3 b) x = 2
52. a) x = 6 b) x = 2
53. a) x = –20 b) x = 4

54. 9 år
55. a) x = 4,5 b) x = 1,5
56. a) x = 2 b) x = 0,5
57. a) x = 0 b) x = 1
58. a) –25 b) 11
59. A, B och D
60. a) 55 mål b) 41 mål

KAPITEL 2b

Massa, densitet och tryck, sidan 21

1. V = 3,75 m^3
   m = 3,75 × 2 400 = 9 000 kg
2. V = 5,5 m^3
   m = 5,5 × 1 500 = 8 250 kg
3. Finns massor av svar!
   Antag t.ex. att diametern är 1 m, och höjden är 15 m.
   V = 11,78 m^3
   m = 11,78 × 500 = 5 890 kg
4. Total kraft = 9 613,8 N
   Tryck = 2 403,45 N/m^2
5. a) 53 9550 N b) 1 542 N/m^2

KAPITEL 3

Procent, sidan 24–25

1. 96 %
2. a) $\frac{3}{5}$ b) 0,6 c) 60 %
3. a) $\frac{3}{8}$ b) 0,375 c) 37,5 %
4. a) 62,5 % b) 28,1 % c) 58,6 % d) 83,3 %
5. a) 50 % b) 20 %
6. 40 %
7. a) 42 % b) 3 % c) 30 % d) 30,5 %
8. a) 0,65 b) 0,07 c) 0,70 d) 0,703
9. a) 1/4 b) 0,25 c) 25 %
10. I a) $\frac{9}{25}$ b) 0,36 c) 36 %
    II a) $\frac{6}{16}$ b) 0,375 c) 37,5 %
11. Hur många svar som helst!
12. a) 87,5 % b) 41,7 % c) 13,6 % d) 47,2 %
13. Persboda 9/75 = 12 % Störst!
    Västerstad 165/1 500 = 11 %

Promille och ppm, sidan 27–28

1. a) 0,003 b) 0,015 2 c) 0,000 002
   d) 0,000 025
2. a) 1,5 ‰ av 42 000 = 0,001 5 × 42 000 = 63
   35 ppm av 60 000 = 0,000 035 × 60 000 = 2,1
3. Antalet födda var 12 ‰ av befolkningen.
4. 2 ppm
5. a) 7 ‰ b) 1,6 ‰ c) 12 ‰ d) 0,2 ‰
6. a) 6 ‰ b) 1,5 ‰
7. a) 0,008 b) 360 kr
8. a) 0,003 5 b) 168 kr
9. a) 190 ppm b) 31 ppm
10. a) 5 ppm b) 20 ppm
11. a) 0,000 025 b) 2 kg
12. 25 800
13. 4 ‰
14. 12 ppm
15. 0,92 g
16. 0,36 g
17. a) 1 promilleenhet b) 80 ‰

Procent och procentenheter, sidan 32

1. a) 5 % b) 3,5 %
2. a) Ökat med 3 procentenheter.
   b) Minskat med 1,5 procentenheter.
3. a) 2 procentenheter b) 25 %
4. a) 13 % b) 10 %
5. 5 procentenheter
6. a) 5 procentenheter b) 0,20 c) 20 %
7. a) 3 procentenheter b) 30 %
8. a) 1 procentenhet b) 20 %
9. a) 1 % b) 10 %
10. TV-12, eftersom det sänks med 3 % från ursprungliga 30 %, d.v.s. 3/30 = 10 %

Procent, sidan 34

1. a) 15 kr b) 10 %
2. a) 42 kr b) 392 kr
3. 40 %
4. 72 kg
5. a) 30 cm b) 5 %

6. a) 120 kr b) 280 kr
7. 20 %
8. a) 51 500 b) 49 000
9. a) 25 % b) 20 %
10. 37 800 kr
11. 3 105 kr
12. a) T.ex.: Ett par jeans kostade 620 kr, men nu har de höjt priset med 15 %. Vad är det nya priset?
    b) T.ex.: CD-spelaren kostade 800 kr men jag prutade ner priset med 5 %. Vad fick jag betala?

Procent, sidan 36–37

1. a) 20 % b) 60 %
2. a) 7 kr b) 616 kr
3. a) 500 b) 45 000 m
4. a) 12 % b) 1 750 kr c) 300
5. a) 340 km b) 400 c) 4,5 %
6. a) 72 kr b) 288 kr c) 25 %
7. a) 60 % b) 25 % c) 20 % d) 12 %
8. a) 0,12 b) 0,12 × 750 c) 90 kr
9. a) 24 b) 60 c) 510 d) 18
10. a) 150 b) 15 000 c) 15 000
11. a) 2 000 b) 500 c) 150
12. a) 20 % b) 8 %
13. a) 4,5 miljoner b) 18 m
14. a) 20 % b) 300 c) 75
15. a) 666 b) 25 % c) 700
16. a) 35 kr b) 72 mm c) 24,8 m d) 165 liter
17. a) 20,4 % b) 80,6 %
18. a) 12 000 m b) 384 000 kr
19. a) 60,5 % b) 504 km c) 5 000 kr
20. Han glömmer 5 hundradelar.
21. a) $\frac{75}{76}$ eftersom det bara fattas $\frac{1}{76}$ till en hel, d.v.s. 100 %
    b) $\frac{26}{51}$ eftersom det är ungefär hälften, d.v.s. 50 %
    c) $\frac{11}{42}$ eftersom det är nära 1/4, d.v.s. 25 %
    d) $\frac{3}{31}$ som nästan är $\frac{1}{10}$, d.v.s. 10 %

Procent, sidan 39–42

1. 45 %
2. 222 kr
3. 4 200 kr
4. 7,5 %
5. 8,04 d.v.s. 8 st
6. a) 150 kr b) 5 000 kr c) 0,03 d) 3 %
7. a) 0,20 b) 0,20 × 550 c) 110 kr
8. a) 540 kr b) 135 kr
   c) 13 500 kr d) 13 500 kr
9. 25 %
10. 644 kr
11. 5,2 %
12. 46 000 kr
13. Hur många svar som helst!
14. a) 108 % b) 235 % c) 3,6 = 360 %
15. a) 1,35 b) 2,7 c) 4,06
16. $\frac{\text{Nya priset}}{\text{Gamla priset}} = \frac{75}{15} = 5 = 500\,\%$
17. 108 % av 2 400 kr = 1,08 × 2 400 kr = 2 592 kr
18. a) 109 % b) 285 % c) 375 %
19. a) 1,03 b) 2,4 c) 5,45
20. 125 %
21. 294 kr
22. a) 35 % b) 135 % c) 150 % d) 285 %
23. a) 0,76 b) 1,76 c) 1,4 d) 3,48
24. a) 80 % b) 125 % c) 225 % d) 240 %
25. a) $\frac{36}{8}$ b) 4,5 = 450 %
26. a) 1,35 b) 1,35 × 8 400 kr c) 11 340 kr
27. a) 2,08 b) 2,08 × 12 000 kr c) 24 960 kr
28. a) 80 % b) 125 %
29. a) 12 960 kr b) 256 kr
30. a) 207 cm b) 184 cm
31. 120 %
32. C: 3 000 kr
    150 % av ett tal måste vara större än talet.

33. 1,05 11/10 7/5 150 %
34. a) 0,83 b) 1,2 c) 0,95 d) 1,6
35. a) + 25 % b) – 20 %
36. a) + 3 % b) + 30 % c) + 8 % d) + 80 %
37. a) – 5 % b) – 10 % c) – 15 % d) – 40 %
38. a) – 4 % b) + 13 % c) + 65 % d) – 51 %
39. a) 1,25 b) 25 %
40. a) 0,85 b) 15 %
41. a) 0,8 b) 20 %
42. a) 0,7 b) 30 %
43. a) + 12,5 % b) – 12,5 % c) + 104,3 %
    d) – 29,3 %
44. 62,5 %
45. 137,5 %
46. a) 6,6 % b) 0,6 %

KAPITEL 4

Area, sidan 48

1. Diametern eller radien
2. dm^2
3. Cirkeln: 50,3 m^2, kvadraten: 50,41 m^2.
   Svar: Cirkeln
4. 1,904 m^2

Volym, sidan 50

1. 3,08 m^3 (=3080 liter)
2. a) 10 dm^3 b) 100 gånger
3. a) 2 ml b) 125 st
4. a) cylinder b) rätblock c) kon
5. a) 12,48 m^3 b) 4,16 m^3 c) 12,48 m^3

Vinklar, sidan 53–55

1. Mät med gradskiva.
2. a) 71° b) 58° c) 90°
   d) 44° e) 46° f) 113°
3. a) 125° b) 73°
4. 106°
5. A = 66,6°, B = 72,6°
6. B = 112°, C = 59°
7. a) 50° b) 45°
8. 29°
9. a) x = 50°, y = 80° b) x = 143°, y = 75°
   c) x = 70°, y = 50° d) x = 45°, y = 73°
10. A + B + C = 180 →
    $C + 10 + \frac{C + 10}{2} + C = 180$ →
    2,5 C + 15 = 180 → C = 66, B = 38, A = 76
    (A = 2B, A = C + 10, 2B = C + 10, B = $\frac{C + 10}{2}$)
11. a) x = 27° b) x = 30°
12. x = 20. Vinklarna är 20°, 80° och 80°.
13. a) 40°, 60° och 80°
    b) 20°, 60° och 100°

Pythagoras sats m.m., sidan 57–62

1. 14 4302 + 11 1802 = 18 2542
   Stämmer! Alltså är vinklarna räta.
2. 132 + 152 = 394
   Hypotenusan är
   $\sqrt{394}$ ≈ 19,8 (19,82 = 392,04)
3. a) Omkrets: 12,3 cm, area: 5,7 cm^2 (5,67)
   b) Omkrets: 13,3 cm, area: 8,6 cm^2 (8,61)
4. x = 8
5. x = 3,5
6. x = 8,5
7. a) x = 7,5 b) x = 4
8. x = 30
9. a) 8x b) 9x
10. a) 6x b) 6x + 2
11. x = 8 m
12. 26 m
13. x = 6 cm
14. Områdets area är 32 cm^2.
15. 48 m^2
16. a) Omkrets: 19,8 cm, area: 22 cm^2 (22,4)
    b) Omkrets: 17,6 cm, area: 13 cm^2 (13,3)
17. a) Omkrets: 54,0 cm, area: 122 cm^2 (121,5)
    b) Omkrets: 7,8 cm, area: 2,2 cm^2 (2,185)
18. a) Omkrets: 19,4 cm, area: 20 cm^2 (20,16)
    b) Omkrets: 21,3 cm, area: 25 cm^2 (25,08)
19. a) Summan av sidornas längder
    b) 2 × 6,0 cm + 2 × 3,0 cm = 18 cm
    c) Basen × höjden
    d) 6,0 × 3,0 cm^2 = 18 cm^2

20. a) Summan av sidornas längder

b) 12,0 cm + 10,8 cm + 5,0 cm = 27,8 cm

c) $\frac{\text{basen} \times \text{höjden}}{2}$

d) $\frac{12{,}0 \times 4{,}5}{2}$ cm² = 27 cm²

21. a) Omkrets: 7,6 cm, area: 3,6 cm² (3,61)

b) Omkrets: 29 cm, area: 47 cm² (46,56)

22. a) Omkrets: 12,6 cm, area: 7,1 cm² (7,105)

b) Omkrets: 16,2 cm, area: 8,6 cm² (8,58)

23. a) 2 × 8,0 cm + 2 × 4,0 cm

b) 24 cm

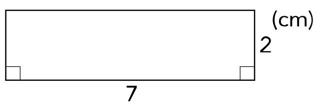
c) 8,0 cm × 3,5 cm

d) 28 cm²

24. Omkrets: 17,2 cm, area: 15 cm² (15,4)

25. Baserna är lika långa och höjderna är lika långa.

26. Ex.



27. 430 m ($\sqrt{187\,200}$)

28. Ja (4002 + 5202 = 6562)

29. Ja, dörrens diagonal är drygt 221 cm.

30. 2,3 m (2,30...)

31. 5,1 m (5,14...)

32. Nej (1702 + 1252 ≠ 2002)

33. Klädstrecket blir 960 cm (4 × 240,41...)

34. 1 m (98,9... cm)

KAPITEL 5

Trigonometri, sidan 67–75

1. a) 35/61 ≈ 0,57

b) 50/61 ≈ 0,82

c) 35/50 ≈ 0,70

2. a) 0,57 b) 0,82 c) 0,70

3. a) tan A = 15/8 ≈ 1,88 , tan B = 8/15 ≈ 0,53

b) tan A = 20/21 ≈ 0,95 , tan B = 21/20 ≈ 1,05

4. a) sin v = 9/11 ≈ 0,82 , cos v = 6/11 ≈ 0,55

b) sin v = 16/34 ≈ 0,47 , cos v = 30/34 ≈ 0,88

5. a) 58 m b) 54 m

6. a) 41 cm b) 43 cm

7. a) 40° b) 46°

8. a) 28° b) 53°

9. 30 m (30,1)

10. 360 m (358)

11. 16°

12. 14° (14,3)

13. 1,42 m

14. 22 m

15. 1,9 respektive 3,9 m

16. a) 35 ⁄ 61 ≈ 0,57 b) 50 ⁄ 61 ≈ 0,82

c) 35 ⁄ 50 ≈ 0,70

17. a) 0,574 b) 0,819 c) 0,700

18. 15,3 m

19. 283 m

20. 15 m

21. a) 34,0° b) 42,5°

22. a) 34,4° b) 66,0°

23. 22,5°

24. a) 53° b) 58°

25. a) 32° b) 39°

26. 97 mm

27. 100 m

28. 45 cm²

29. a) x = 2 × tan v b) x = q × tan v c) $x = \frac{q}{\tan v}$

d) $x = \frac{15}{\tan v}$ e) $x = \frac{\tan v}{15}$ f) x = 15 × tan v

30. a) De båda kateterna är lika långa.

b) Kateterna är 1 resp. $\sqrt{3}$.

31. 2,2 m²

32. 4,5 m

33. a) Två olika värden fås på sträckan CH om den beräknas som CH = 5,35 × tan 40° eller CH = 4,05 × tan 50°.

b) 5,75 m

34. a) Arean är $\frac{a^2}{2 \times \tan v}$

b) Arean är $\frac{a^2 \times \tan v}{2}$

35. a) a ≈ 67° , b ≈ 56° b) a ≈ 32,7° , b ≈ 114,6°

36. a) v ≈ 29,5° b) v ≈ 161°

37. a) x = 19 cm b) x = 25 mm

38. a) y = 23 cm b) y = 43 mm

39. Alla tre vinkarna i triangeln är kända.

40. a) u = 37° b) u = 62°

41. a) v = 53° b) v = 28°

42. 3,1 m

43. a) $BC = \frac{1}{\tan 42°} \times x$ b) $AC = \frac{1}{\tan 36°} \times x$

c) x = 2 600 d) 3,9 km

44. c × sin v resp. c × cos v

45. 4,7 dm

46. a) $1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 1$

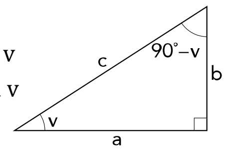
b) $1/2, \sqrt{3}/2, 1/\sqrt{3}$

c) $\sqrt{3}/2, 1/2, \sqrt{3}$

47. Ur figuren fås att

a) sin(90° – v) = a ⁄ c = cos v

b) cos(90° – v) = b ⁄ c = sin v



48. a) 1 b) 1 c) $\frac{1}{2}$

49. a) 0,213 b) 42,6 c) 7,81 d) 19

50. a) $\tan(45°) = \frac{15}{x} \Leftrightarrow 1 = \frac{15}{x} \Leftrightarrow x = 15\,\text{cm}$

Arean = 15 × 15 ⁄ 2 = 112,5 cm²

b) $\tan(55°) = \frac{x}{20} \Leftrightarrow 20 \times \tan(55°) = x$

x = 20 × 1,428 ⇔ x ≈ 28,56 dm

c) $\tan(16°) = \frac{28{,}7}{x} \Leftrightarrow x \times 0{,}287 = 28{,}7$

$x = \frac{28{,}7}{0{,}287} \Leftrightarrow x = 100$

Arean = 28,7 × 100 ⁄ 2 = 1 435 cm² ≈ 14,4 dm²

d) Om triangeln delas upp i två lika stora rätvinkliga trianglar så kommer basen att bli 100 ⁄ 2 = 50 meter. Med x som höjden fås:

$\tan(64°) = \frac{x}{50} \Leftrightarrow x = 50 \times \tan(64°)$

x = 102,5 m

Arean = 100 × 102,5 ⁄ 2 ≈ 5 125 m² ≈ 0,5 ha

51. a) $\tan(v) = \frac{\text{motst. katet}}{\text{närl. katet}} = \frac{25}{15}$

$\tan(v) = \frac{5}{3} \Leftrightarrow \tan(v) \approx 1{,}67$

v = tan–1(1,67) ⇔ v ≈ 59°

b) $\tan(v) = \frac{39}{50} \Leftrightarrow \tan(v) = \frac{78}{100}$

tan(v) = 0,78 ⇔ v = tan–1(0,78) ⇔ v ≈ 38°

c) För att tangens ska kunna användas måste kateterna (de två sidor som bildar en rät vinkel med varandra) vara kända. För att få den okända sidan här använder vi först Pythagoras sats:

402 + x2 = 502

1 600 + x2 = 2 500

x2 = 2 500 – 1 600

x2 = 900

$x = \sqrt{900}$

x = 30

$\tan(v) = \frac{40}{30}$

tan(v) ≈ 1,33

v = tan–1(1,33)

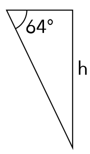
v ≈ 53°

52. a) Om höjden i triangeln betecknas med x får vi:

$\tan(22°) = \frac{x}{200} \Leftrightarrow x = 200 \times \tan(22°) \Leftrightarrow x \approx 80{,}8$

Arean =200 × 80,8 ⁄ 2 ≈ 8 080 m² ≈ 0,81 ha

b) Ur triangeln till vänster i figuren fås:



$\tan(64°) = \frac{h}{50} \Leftrightarrow h = 50 \times \tan(64°)$

h ≈ 102,5

Arean av fyrhörningen fås då genom att man beräknar medelvärdet av 100 och 200 och multiplicerar med h.

Arean = (100 + 200) ⁄ 2 102,5 = 150 × 102,5 =

= 150(100 + 2,5) = 15 000 + 375 m² ≈ 1,54 ha

53. a) 1 cm ↔ 20 000 cm

1 cm ↔ 200 m

2 cm ↔ 400 m

4 cm ↔ 800 m

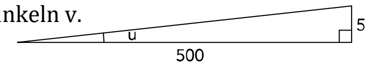
Arean = 400 × 800 ⁄ 2 = 160 000 m² = 16 ha

Svar: 16 000 ekplantor

b) $\tan(v) = \dfrac{2}{4} \Leftrightarrow \tan(v) = 0{,}5 \Leftrightarrow v = \tan^{-1}(0{,}5)$

$v \approx 26{,}5°$

54. Vinkeln u i nedanstående triangel är hälften av den sökta vinkeln v.



$$\tan(u) = \frac{5}{500} \Leftrightarrow \tan(u) = 0{,}01 \Leftrightarrow u = \tan^{-1}(0{,}01)$$

$u \approx 0{,}57°$

Vinkeln v som söks är dock dubbelt så stor.

$v \approx 1{,}14°$

KAPITEL 6

Lutning, sidan 77

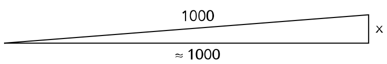
1. $\tan(27) = \dfrac{5{,}1}{x} \Leftrightarrow 0{,}510 \approx \dfrac{5{,}1}{x} \Leftrightarrow x \times 0{,}510 \approx 5{,}1$

$$x \approx \frac{5{,}1}{0{,}510} \Leftrightarrow x \approx 10$$

Lutningsprocenten är då ungefär

5,1 ⁄ 10 ≈ 0,51 = 51 %

2. a) Eftersom i trianglar med små vinklar den långa kateten och hypotenusan är ungefär lika långa får vi här att den långa kateten är ungefär 1 000 m.



$$\frac{x}{1\,000} \approx 0{,}08 \Leftrightarrow x \approx 0{,}08 \times 1\,000$$

$x \approx 80$ meter

b) $\tan(v) = \dfrac{80}{1\,000} \Leftrightarrow \tan(v) = 0{,}08$

v = tan−1(0,08) ⇔ v ≈ 4,5°

KAPITEL 7

Kartor, sidan 83

1. a
2. d
3. a

DEL 2 – Svenska

Kapitel 9

Ordförståelse och meningskomplettering, sidan 93

1.
a) **Utfall** = häftigt angrepp *eller* resultat.
Utfallet av experimentet var oväntat positivt.
b) **Sediment** = Avlagring, slam.
Sedimentet på botten av sjön visade tydliga lager av historisk avlagring.
c) **Profession** = yrke, fack.
Hennes profession som advokat kräver både skicklighet och etik.
d) **Producera** = Tillverka, framställa.
Idag ska vi producera hundra exemplar av den nya produktserien.
e) **Kapacitet** = Prestationsförmåga, volym.
Företagets nya anläggning har en imponerande kapacitet på 100 000 enheter per månad.
f) **Praktisk** = Saklig *eller* händig *eller* lämplig/nyttig.
Att lära sig grundläggande första hjälpen är en praktisk färdighet som alla borde ha.
g) **Bilda** = skapa/forma *eller* utgöra *eller* utveckla.
Varför är det viktigt att kunna bilda familj med någon av samma kön?
h) **Antaga** = anställa, godkänna.
Vad som fick honom att antaga mig som andrestyrman förstod jag inte.
i) **Kondens** = fukt, imma.
Enligt räddningstjänsten var det kondens från ett kylaggregat som orsakat larmet.

2.
a) **Ingående** = grundlig, djupgående *eller* hålla på att komma in.
Då förstod jag mer ingående vad folkrörelsens ursprung är.
b) **Förankra** = Fästa med ankare *eller* få stöd.
Leta andra sätt att förankra din politik och retorik!
c) **Utsätta** = Fastställa *eller* för till föremål *eller* placera
Låt oss utsätta ett datum för nästa möte.
d) **Kraft** = styrka *eller* tillgång *eller* rättslig giltighet.
Även i Danmark diskuterar man förbudet som trädde i kraft för tre år sedan.
e) **Flöde** = flod, ström, lopp.
Deras repliker består av ett flöde byråkratiska substantiv.
f) **Massa** = Vikt *eller* klunga *eller* substans.
Kan ni räkna ut vilken massa denna kropp har?
g) **Teoretisk** = tankemässigt, spekulativ.
Men jämförelsen sker ofta mot en teoretisk hyra för en lägenhet som tidigare kanske inte ens var tillgänglig.
h) **Konkret** = Tydlig, verklig.
Efter månader av planering och diskussion presenterade de äntligen en konkret strategi för att förbättra företagets effektivitet.

i) **Existera** = Finnas till.
Många människor tvivlar på att utomjordiskt liv existerar, men forskare fortsätter att söka efter bevis på andra planeter.

Sidan 95–96

3. B
4. B
5. C
6. D
7. D
8. C
9. D
10. B
11. C
12. C

Kapitel 10

Läsförståelse, sidan 100–102

Övningsuppgift 1

1. Kommunerna har misslyckats med att analysera och ta höjd för den kraftiga tillväxten. Ett annat problem är att den snabba utbyggnaden har lett till att de äldre fastigheterna och verksamheterna eftersatts. Det finns en stor underhållsskuld.

2. Jan drogs oväntat in i politiken vilket var en omvälvande uppgift då han aldrig haft planer på att ge sig in i politiken. Han har lärt sig mycket och tvingats reflektera av hur städer växer på ett annat sätt än vad han gjorde tidigare.

3. Länsstyrelser och domstolar driver PBL:s anpassningskrav mycket hårdare än tidigare.
Det finns ingen systematisk utveckling av ytterområdes-samhällen.

4.
a) Att politiken inte är anpassad efter dagsläget. Politiker möter inte den nya kravbilden, både på kommun- och riksnivå.
b) En lösning kan vara politiken behöver reformeras.

Övningsuppgift 2

1. B
2. A

Fastighets FA Akademin

Fastighetsakademin Sverige AB, 031-734 11 60
J A Wettergrens gata 14, 421 30 Västra Frölunda
www.fastighetsakademin.se, info@fastighetsakademin.se